

SÉRIE A, N° 3586

N° D'ORDRE :

4458

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

PIERRE VALENTIN

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE DE LA CONVECTION AVEC RÉACTION CHIMIQUE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 4 mai 1960 devant la Commission d'examen.

MM. RIBAUD..... *Président.*

MORAND.....

BRÜN.....

CABANNES.....

} *Examineurs.*

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1961

1966

SÉRIE A, n° 3586

N° D'ORDRE :

4458

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

PIERRE VALENTIN

1^{re} THÈSE. — ÉTUDE DE LA CONVECTION AVEC RÉACTION CHIMIQUE.

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 4 mai 1960 devant la Commission d'examen.

MM. RIBAUD..... *Président.*

MORAND.....

BRUN.....

CABANNES.....

} *Examineurs.*

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE
120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1961

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen J. PÉRÈS

PROFESSEURS

G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	QUELET	T	Chimie organique.
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	CAGNIARD	T	Géophysique appliquée
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	CHAMPETIER	T	Chimie macromolécul.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.	CUVILLIER	T	Micropaléontologie.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	JUNG	T	Pétrographie.
BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	TRILLAT	T	Microscopie et diffract. électronique.
PLANTEFOL	T	Botanique.	WIEMANN	T	Chimie organique et structurale.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.	JACQUINOT	T	Spectroscopie et physique céleste.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la Géométrie.	DESTOUCHES	T	Théories physiques.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	PRUVOST	T	Géologie.
WYART	T	Minéralogie.	AMIEL	T	Chimie générale.
TEISSIER	T	Zoologie.	HOCART	T	Minéralogie.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	J.-P. MATHIEU	T	Physique (Orsay).
P. AUGER	T	Physique quantique et Relativité.	COUTEAUX	T	Biol. animale (P.C.B.).
MONNIER	T	Physiologie générale.	MAY	T	Zoologie (Orsay).
PIVETEAU	T	Paléontologie.	CHOQUET	T	Théor. des fonctions et Topologie.
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).	FELDMANN	T	Biol. végétale marine.
H. CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).	GUINIER	T	Physique des Solides.
LAFFITTE	T	Chimie générale.	JOST	T	Physiologie comparée.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.	FORTET	T	Calcul des prob. et physique mathématique.
COULOMB	T	Physique du Globe.	SCHWARTZ	T	Calc. diff. et Intégr.
M ^{lle} COUSIN	T	Biol. animale (S.P.C.N.).	CHOUARD	T	Physiologie végétale.
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.	MALAVARD	T	Aviation.
P. DRACH	T	Zoologie.	BRELOT	T	Calcul différentiel.
KASTLER	T	Physique (E.N.S.).	NORMANT	T	Synthèse organique.
EPHROSSI	T	Génétique.	BÉNARD	T	Chimie minérale.
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.	BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
RIVIÈRE	T	Géol. (S.P.C.N.) (Orsay).	DUGUÉ	T	Statistiques mathém.
GAUTHERET	T	Biol. végétale (P.C.B.).	GELOSO	T	Chimie (S.P.C.N.).
LUCAS	T	Recherches physiques.	SOULAIRAC	T	Psychophysiologie.
A. THOMAS	T	Biol. cellulaire.	ULRICH	T	Physiologie végétale.
ARNULF	T	Optique appliquée.	MARÉCHAL	T	Optique théorique et appliquée.
M. MORAND	T	Enseignement de Physique.	KIRRMANN	T	Théories chimiques.
SOLEILLET	T	Physique (P.C.B.).	CHADEFAUD	T	Botanique.
FORTIER	T	Mécanique expérimentale des fluides.	M ^{lle} LE BRETON	T	Physiol. générale.
DANJON	T	Astronomie.	SALEM	T	Mathématiques générales.
PETIT	T	Biologie maritime.	LELONG	T	Mathématiques générales.
QUÉNEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.	DEVILLERS	T	Anatomie et Histologie comparées.
GALLIEN	T	Embryologie.	EHRSMANN	T	Topologie algébrique.
EICHORN	T	Biol. végétale (S.P.C.N.).	FRANÇON	T	Physique (S.P.C.N.).
DE CUGNAC	T	Biol. végétale (S.P.C.N.).	GLANCEAUD	T	Géogr. physique et Géologie dynamique.
M ^{lle} CAUCHOIS	T	Chimie physique.	GODEMENT	T	Mathématiques (M.G.P.).
THRELLER	T	Physique du Globe.	PISOT	T	Techniques mathém. de la Physique.
L'HÉRITIER	T	Génétique.	E. ROCH	T	Géologie.
GRIVET	T	Radioélectricité.	SCHATZMANN	T	Astrophysique.
PONCIN	T	Mécanique générale.	TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique.
DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.	ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.
			LENNIER	T	Physique (M.G.P.).
			RIZET		Génétique.



PROFESSEURS (*suite*)

ROUTHIER	T	Géologie appliquée.	BERTHELOT	Physique nucléaire et Radioactivité.
M ^{me} TONNELAT	T	Relativité.	ERICARD	Météorologie et Physique de l'atmosphère.
DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.).	M ^{me} ALBE-FESSARD.	Psychophysiol.
SOUCHAY	T	Chimie générale.	FRIEDEL	Physique des Solides.
AIGRAIN	T	Electrotechn. générale.	M. JULIA	Étude des molécules organiques complexes.
BRUSSET		Chimie minérale.		Biol. animale (S.P.C.N.) (Orsay).
M. LÉVY	T	Physique théorique des hautes énergies.	LENDER	Physico-chim. des rayonnements.
M ^{me} CHAIX		Chimie biologique.	M ^{lle} QUINTIN	T Electrochimie.
M ^{me} HUREL-PY		Biol. vég. (P.C.B.).	MONOD	T Chimie du métabolisme.
PIAUX		Chimie (M.P.C.).	BENOIT	T Physiologie animale.
BRUN	T	Mécanique expér. des Fluides.	DE POSSSEL	T Analyse numérique.
LEDERER	T	Chimie biologique.	CHARLOT	T Chimie analytique.
M ^{me} DUBREIL	T	Mathématiques.	HAÏSSINSKY	T Radiochimie.
M ^{me} LELONG	T	Mathém. (E.N.S.).	LEMÉE	T Physiologie (B.M.P.V.)
BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.).	GUÉRIN	T Chimie (M.P.C.).
COTTE	T	Physique (Orsay).	M. CHATELET	Chimie (S.P.C.N.).
J. E. DUBOIS	T	Chimie organique.	JEAN	Physique nucléaire et radioactivité.
LAMOTTE		Zoologie (E.N.S.).	MATTLER	Physique (S.P.C.N.).
André MICHEL	T	Chimie (S.P.C.N.).	Louis MICHEL	Physique théorique des hautes énergies.
OLMER	T	Énergétique générale.	RUMPF	Chimie (P.C.B.).
ROUAULT	T	Physique générale.	BERGERARD	Zoologie (Orsay).
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.	BERTEIN	Électronique.
BARCHIEWITZ	T	Chimie physique.	BOUSSIÈRES	Chimie des Radioéléments.
BROSSEL	T	Physique atomique.	M ^{me} COUTURE	Physique (P.C.B.).
BUSER		Physiologie comparée.	ELLENBERGER	Géologie structurale et Géologie appliquée.
CAMUS		Physiol. vég. (3 ^e cycle).	FRANC	Biologie animale.
CASTAING		Physique générale.	SCHNELL	Botanique tropicale.
CURIEN		Minéralogie et Cristallographie.	STOLKOWSKI	Physiologie générale.
MOYSE	T	Physiol. vég. (Orsay).	ACHER	Chimie biolog. (Orsay).
PANNETIER		Chimie (S.P.C.N.).	BAUDOIN	Biologie animale (P.C.B.).
POSSOMPE	T	Zoologie.	BEAUMONT	Biol. animale (S.P.C.N.).
PULLMAN		Chimie théorique.	BLAMONT	Géophysique Ionosphère.
TEILLAC		Physique nucléaire et Radioactivité.	BOURREAU	Biol. végétale (S.P.C.N.) (Orsay).
TONNELAT		Biol. physico-chimique.	D. CURIE	Physique (M.G.P.).
VILLE	T	Econométrie.	DURAND-DELGA ..	Géologie.
WILLEMART		Chimie (P.C.B.).	FRÉON	Chimie (P.C.B.).
DODÉ	T	Chimie (S.P.C.N.) (Orsay).	HELLER	Physiologie végétale.
FREYMAN	T	Physique générale.	TORTTRAT	Calcul des probabilités.
GUINCHET	T	Biol. vég. (Orsay).	CAILLEUX	Géologie (S.P.C.N.).
ROLLET	T	Chimie (P.C.B.).	MAGNAN	Physique (M.P.C.).
M ^{lle} JOSIE	T	Chimie (P.C.B.).	DAUDEL	Mécanique ondulatoire appliquée à la Chimie théorique et à la Physique nucléaire.
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes.	M ^{lle} FOURCROY	Biol. végétale (S.P.C.N.).
ARNOULT	T	Électronique.		
CHAPELLE	T	Physique (M.P.C.) (Orsay).		
DELANGE	T	Mathématiques (Orsay).		
DENY	T	Mathématiques (M.G.P.).		
GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides.		
G. LUCAS	T	Géologie.		
AILLARD		Chimie physique.		

Secrétaire Général C. MONIER

A MA FEMME

A MES PARENTS

A MONSIEUR LE PROFESSEUR G. RIBAUD
Membre de l'Institut

En témoignage de reconnaissance et de profonde affection.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41553817_0016

Ce travail a été effectué au Laboratoire des Echanges Thermiques de Bellevue, avec l'aide du Centre National de la Recherche Scientifique.

Je prie M. le Professeur G. Ribaud, sous la direction de qui ces recherches ont été effectuées, d'agréer l'expression de ma profonde gratitude et de ma sincère reconnaissance pour la bienveillance qu'il m'a témoignée et l'intérêt avec lequel il a suivi l'exécution de ce travail.

Je tiens à remercier M. le Professeur E. Brun dont les conseils m'ont été de très grande utilité.

Je remercie mon ami M. F. Cabannes pour les différentes discussions qui m'ont aidé à préciser certaines idées, et tous mes amis du Laboratoire des Echanges Thermiques dont l'esprit de camaraderie me laisse un souvenir très cher, en particulier MM. Grenier et Tétu qui m'ont aidé dans la réalisation du dispositif expérimental et des essais, ainsi que Mme Pampuri qui s'est chargée avec dévouement de dactylographier ce travail.

CONVECTION

AVEC RÉACTION CHIMIQUE ⁽¹⁾

Par PIERRE VALENTIN

INTRODUCTION

Étude de la thèse. — Les travaux que nous avons entrepris au laboratoire des Echanges Thermiques, sous la direction de M. le Professeur Ribaud, entrent dans le cadre général de l'étude de la transmission de la chaleur à la paroi d'un corps situé dans un courant fluide susceptible d'être le siège de réaction chimique exothermique ou endothermique. Nous excluons la transmission de la chaleur par rayonnement.

La réaction, si par exemple nous la supposons exothermique, est capable de céder à la paroi un flux de chaleur en excès sur le flux fourni par la convection ordinaire.

La torche atomique de Langmuir, bien connue, en fournit un exemple très caractéristique : Un morceau de tungstène placé à quelques centimètres des électrodes est facilement porté à la fusion (3400°C), alors que des études spectroscopiques préalables montrent que la température du courant gazeux n'y excède guère 2000°C . L'apport de chaleur par recombinaison, sur la paroi, de l'hydrogène atomique en hydrogène moléculaire est ici prépondérant.

Industriellement, on s'intéresse depuis plusieurs années à la transmission de la chaleur à la paroi d'un corps situé au sein d'une flamme de diffusion, en des points où la combustion n'est pas encore achevée. Si la température de la paroi est suffisamment élevée, il est possible qu'au voisinage de la paroi (catalytique ou non) où les filets fluides sont freinés, la combustion soit totale ou presque et de ce fait provoque une augmentation du coefficient apparent de convection.

Le système des équations, qui règlent le phénomène dans le cas général est extrêmement complexe. A cette difficulté s'en ajoute une

⁽¹⁾ Thèse présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris pour obtenir le grade de Docteur ès Sciences physiques et soutenue le 4 mai 1960 devant la Commission d'examen.

nouvelle : les conditions aux limites ne sont pas simples. En effet, loin de la paroi, la concentration en combustible et la température du fluide varient avec la distance au bord d'attaque ; et sur la paroi, la concentration en combustible est inconnue dans la majorité des cas.

Expérimentalement nous avons étudié un phénomène qui obéit aux équations générales, mais tel que les conditions aux limites soient simples et bien connues.

La paroi, une plaque de platine de longueur $l = 3$ cm, est placée parallèlement au lit d'un courant d'air chargé d'hydrogène en faible concentration C_0 . On opère en régime laminaire.

Au loin la température T_0 du fluide (température ambiante) et la concentration C_0 en hydrogène restent constantes quel que soit x . Nous verrons d'autre part que, sur la paroi, la concentration est nulle dès que la température de la plaque est supérieure à 300°C . Suivant les températures de paroi, la combustion est susceptible de s'effectuer uniquement sur la surface par catalyse ou au contraire au sein du fluide qui avoisine la plaque, ou enfin par un processus intermédiaire [37] [41].

C'est pourquoi nous avons entrepris l'exploration des couches limites, principalement thermiques et des concentrations, qui se développent le long de la plaque.

Un chapitre III sera réservé à l'étude de la couche limite, dans le cas le plus simple de la combustion catalytique de surface.

Nous insisterons davantage (chap. IV) sur le cas beaucoup plus complexe où la combustion gagne le fluide avoisinant la paroi.

La transmission de la chaleur à la paroi sera étudiée au chapitre V.

Convection forcée de la chaleur : cas de grands écarts entre T_p et T_0 . — Il est nécessaire avant d'aborder l'étude proposée de définir la valeur du coefficient de convection lorsque le fluide léchant la plaque est chimiquement inactif. La difficulté réside, ici dans le choix des températures de référence auxquelles doivent être évaluées les grandeurs physiques λ , μ , ρ du fluide [5].

Intégration de Chapman et Rubesin [10]. — Ces auteurs ont proposé l'intégration des équations du mouvement et de l'enthalpie en supposant, pour une température de paroi donnée, les produits $\mu\rho$ et $\lambda\rho$ constants dans tout le volume de la couche limite. Plus exactement, ils rem-

placent (fig. 1) la courbe réelle $\widehat{AB}$ des variations de $\mu(T)$ (ou de $\lambda(T)$) avec T , par la droite OB ; ce qui revient à poser, en exprimant μ_p par la relation de Sutherland :

$$\frac{\mu}{\mu_0} = b \frac{T}{T_0} \quad \text{ou} \quad b = \sqrt{\frac{T_p}{T_0}} \times \frac{T_0 + S}{T_p + S}$$

S est la constante de Sutherland soit : 116°K pour l'air.

Fig. 1.

Variation de la viscosité μ
avec la température.

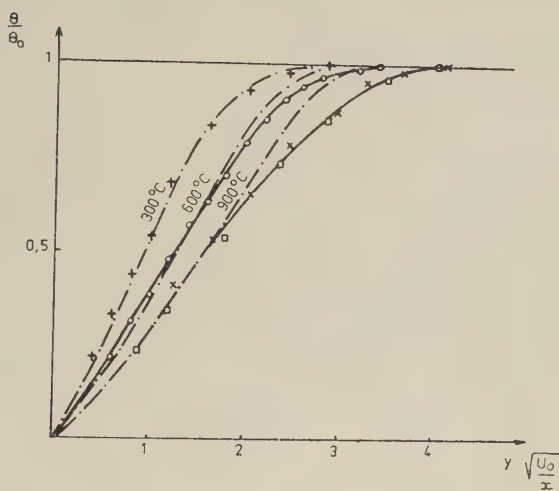
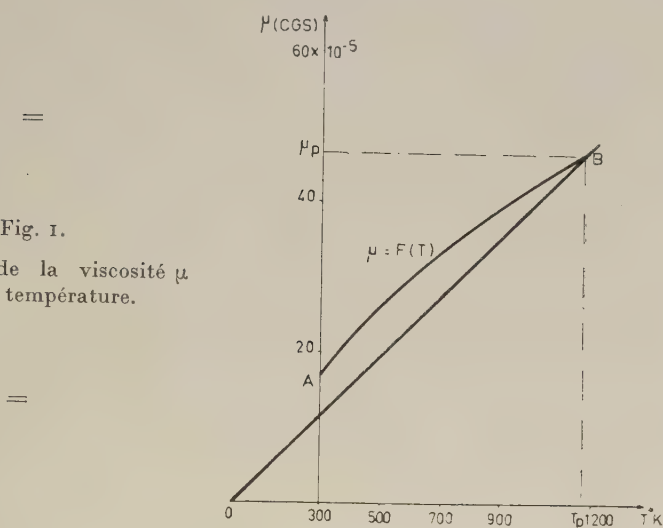


Fig. 2. — Profils des températures réduites.

————— calculés ;

— expérimentaux.

$$+ T_{p \text{ moy}} = 300^{\circ} \text{ C}$$

» — 600° C

 $\times \quad \gg \quad = 900^{\circ} \text{C}$
$$\square \quad \gg \quad = 900^{\circ} \text{C}$$
$$U_0 = 7 \text{ m/sec}$$
$$v = 7 \text{ m/sec}$$
$$\gg \frac{0.1 \text{ m/sec}}{7} = 7 \text{ m/sec}$$
$$v_{\text{ср}} = 14,8 \text{ м/сек}$$
$$T_p = 350^\circ \text{C}$$
$$T_p = 550^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\text{н}} = 670^{\circ}\text{C}$$
$$\gg \equiv 970^{\circ} \text{C}$$

» $\approx 970^{\circ}\text{C}$

Nous donnons dans l'annexe I une intégration calquée sur celle de Chapman et Rubesin ; pour simplifier les calculs nous y supposons que le nombre de Prandtl est égal à 1.

On trouvera sur la figure 2 les répartitions, ainsi calculées, des températures réduites $\frac{\theta}{\theta_0}$ (ou de $\frac{T}{T_0}$) en fonction de $y\sqrt{\frac{U_0}{x}}$, dans le cas où le fluide est de l'air pur. Vu l'approximation faite sur P_r , nous prenons pour ν_0 (ou α_0) une valeur intermédiaire entre la valeur réelle $\nu_0 = 0,13$ et la valeur de $\alpha_0 = \frac{\lambda_0}{C_{p0}} = 0,18$.

Vérification expérimentale de la théorie de Chapman et Rubesin. — Les résultats théoriques donnés par l'intégration complète de Chapman et Rubesin ont été confirmés de manière très satisfaisante par plusieurs expérimentateurs [21] [32], dans des écoulements supersoniques. La température au loin est alors de l'ordre de -100°C . et la température de paroi d'environ 0°C .

Nos répartitions expérimentales (voir fig. 2) présentent, vu les approximations faites, un accord satisfaisant avec les répartitions théoriques.

Nous noterons que, dans l'hypothèse $\lambda\rho = C^{\text{te}}$, le terme :

$$\frac{\partial\lambda}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial\lambda}{\partial T} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2$$

responsable de la courbure près de la paroi est exagéré. En outre, λ est supposé plus faible que $\lambda_{\text{réel}}$; les courbes réelles doivent être à droite des courbes théoriques et s'en écarter d'autant plus qu'on s'éloigne de la paroi.

Coefficients de convection. — A partir de nos expériences, nous avons évalué le flux calorifique moyen cédé au fluide par l'unité de surface de la paroi, soit par le bilan des énergies reçues ou cédées par la plaque,

$T_{p \text{ moy}} (^\circ\text{C})$	$U_0 \text{ (cm/s)}$	$q_{\text{conv}} \text{ (cal/cm}^2\text{/s)}$ $(T_{p \text{ moy}} - T_0) U_0$	$h_t \text{ (cal/cm}^2\text{/s)}$ $(T_{p \text{ moy}} - T_0) U_0$
640	700	$4,5 \cdot 10^{-5}$	$4,5 \cdot 10^{-5}$
790	620	5	5
860	620	5,1	5
880	1480	5	5,2
900	670	5,2	4,7
900	700	5	5,4
925	620	5,1	5
955	700	5	4,5

soit à l'aide des répartitions expérimentales ⁽¹⁾ de T et U, précédentes. Ce flux est désigné par q_{conv} ou h_t suivant qu'on utilise la première ou la deuxième méthode.

Le tableau, précédent, des résultats expérimentaux montre qu'aux erreurs d'expérience près les valeurs indiquées dans les deux dernières colonnes sont constantes et égales en moyenne à $5 \cdot 10^{-5}$.

Pour $700 < T_p < 1000^\circ \text{C}$, on trouve ainsi, un coefficient de convection moyen entre 0 et x égal à :

$$[\alpha_m]_0^x = 8,5 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{U_0}{x}} \text{ cal/cm}^2/^\circ \text{C/s}$$

et le coefficient local $\alpha_x = \frac{1}{2} [\alpha_m]_0^x$ est légèrement inférieur au coefficient bien connu (T_p et T_0 voisins) :

$$\alpha_x = 0,332 \frac{\lambda}{x} \text{Re}_{\text{Ox}} \text{Pr}^{1/3} = 4,75 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{U_0}{x}}$$

Conclusion. — Si les variations de la température de paroi ont une influence assez notable sur les épaisseurs des couches limites, le coefficient de convection semble en dépendre assez peu. En outre les résultats expérimentaux nous ont permis de nous assurer, et c'est là un des buts de ce premier travail, que la technique de nos mesures (chap. II) est très satisfaisante.

Bref exposé des études antérieures à nos recherches. — Vue sous l'angle de la chimie, la combustion sur fils, et notamment sur fils de platine, de mélange gazeux combustibles (H_2 , CO , CH_4 ... et O_2 ou air) a été étudiée principalement par Langmuir [28] (sous basse pression, Davies [13] [14] (convection naturelle), Buben [6] [7] (convection forcée).

Ces auteurs se sont attachés à l'étude, par des mesures calorifiques, de l'activité catalytique de platine. Ils supposent que la réaction s'effectue toujours par catalyse de surface.

Au contraire, récemment, Devoré, Eyraud et Prettre [8] [15] [16] ont envisagé la possibilité d'une catalyse en phase homogène des réactions d'oxydation du méthane sur des rubans de platine. Nous aurons l'occasion de revenir sur ces derniers travaux.

Vu sous l'angle de la mécanique des fluides le problème a été abordé par Rocard et Véron [42] [44], qui ont étudié, théoriquement, la transmission de la chaleur à la paroi d'une plaque placée au sein d'un courant fluide déjà en réaction.

G. Ribaud [37] a montré que l'expression de flux de chaleur transmis à la paroi, donnée par Rocard et Véron était erronée. Il a montré

(1) Pour plus amples détails se reporter au chapitre V.

en effet, en supposant le nombre de Lewis égal à l'unité, que le flux transmis est au maximum égal à celui que transmettrait le fluide par convection ordinaire si la réaction était achevée avant d'aborder la plaque.

Depuis 1957, date à laquelle nos travaux étaient achevés, l'actualité du problème des rentrées de fusées dans l'atmosphère a multiplié les publications théoriques [3] [19] [29] [43] sur le sujet.

En réalité ces études diffèrent de la majorité de notre étude. En effet, ou bien il est admis, pour les réactions atomiques et moléculaires qui s'effectuent au voisinage des têtes de fusées, que l'équilibre est atteint en tout point du fluide, ou bien, à l'opposé, le fluide est supposé en équilibre figé.

Le seul auteur qui envisage une réaction de vitesse quelconque, mais supposée indépendante de la température, est Acrivos [1]. Ces travaux, qui consistent en l'intégration des équations qui régissent le phénomène (équation de même forme que l'équation 2 du chapitre IV), doivent être prochainement publiés.

Une intégration des mêmes équations par une méthode pas à pas a été fournie par Chambre et Young [11]; mais les conditions aux limites envisagées par ces auteurs sont totalement différentes des nôtres. Là encore, la vitesse de réaction est supposée indépendante de la température.

CHAPITRE II

Dispositif expérimental.

La plaque de platine (largeur : 3 cm, longueur : 3 cm, épaisseur : 0,05 mm) est placée dans la veine d'essais (section 60×65 mm) d'une petite soufflerie, où circule un mélange bien homogène d'air et d'hydrogène, parallèlement au plan de la plaque.

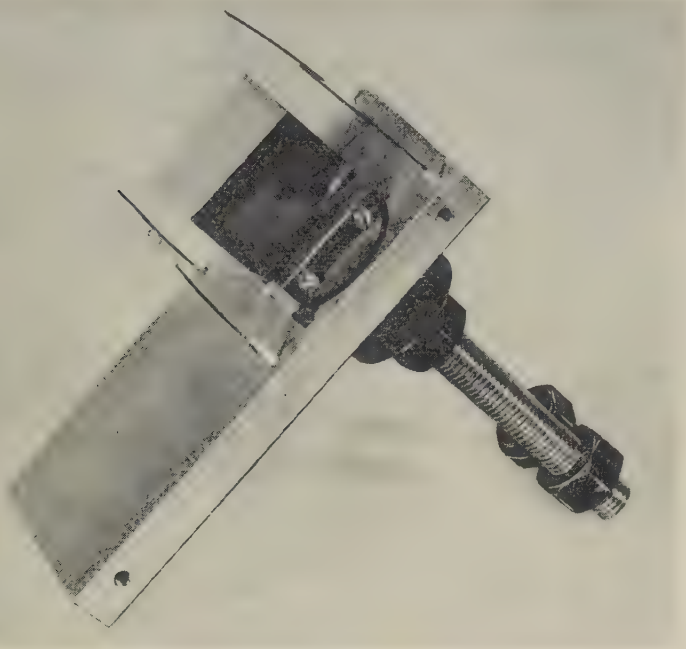
Le long des arêtes de cette plaque chauffable électriquement passent deux fils de platine (0,1 mm de diamètre) qui permettent de mesurer par une méthode d'opposition la d. d. p. aux bornes de la plaque (position horizontale) et d'en déduire la résistance moyenne, d'où la température moyenne de la plaque, ainsi que la puissance électrique qui lui est fournie.

La mesure des températures dans la couche limite s'effectue à l'aide de couples thermo-électriques, dont les fils (0,1 mm de diamètre) sont tendus parallèlement à la plaque. La soudure est très fine.

On utilise des fils de constantan et de manganine pour la mesure des températures inférieures à 700° C, et de platine-platine rhodié dans les

régions où la combustion de l'hydrogène est pratiquement achevée ($C < 0,15$ p. 100).

Les mesures à l'aide de couples constantan-manganine n'ont de sens que si les fils de ces couples ne sont le siège d'aucun phénomène de catalyse. C'est ce que nous avons vérifié en chauffant chacun de ces fils dans un courant d'air ; l'introduction de 5 p. 100 d'hydrogène abaisse



La plaque.

la température du fil de 8 p. 100 environ, proportion qui correspond à l'ordre de grandeur de l'augmentation du coefficient de convection du fil, qui résulte de l'introduction des 5 p. 100 d'hydrogène. Ceci a été vérifié par plusieurs températures des fils (jusqu'à 750°C).

Nous avons tenu compte des corrections de rayonnement qui n'excède jamais 40°C dans nos expériences.

Les mesures de vitesses du fluide sont faites à l'aide de sondes d'arrêt en laiton dont l'extrémité aplatie a 0,2 à 0,25 mm d'épaisseur hors tout, et 0,7 à 1,5 mm de largeur.

Pour la mesure des concentrations les gaz sont aspirés dans le fluide à l'aide des sondes précédentes. La teneur en hydrogène des échantil-

lons ainsi prélevés est mesurée à l'aide d'un analyseur à fils chauds (précision 2 à 3 p. 100).

Les distances à la paroi sont mesurées à l'aide d'une lunette de visée.

Enfin signalons que nous avons mesuré le facteur total d'émission de la plaque et l'avons trouvé indépendant de la température et égal à 0,22.

CHAPITRE III

Étude du cas où la combustion s'effectue par catalyse de surface.

Il est bien connu qu'en dessous de 450° C environ, à la pression atmosphérique, la réaction H_2-O_2 ne s'effectue pas et par conséquent, pour des températures de paroi inférieures à 450° C, on peut être sûr que la réaction a lieu uniquement sur la surface.

En fait, nous allons voir par la forme et les propriétés des courbes de répartition des concentrations et des températures, que le mécanisme hétérogène est prépondérant jusqu'à des températures de paroi bien supérieures à 450° C. La combustion en phase homogène n'apparaît, en effet, dans nos expériences qu'au-dessus de 800° C et plus.

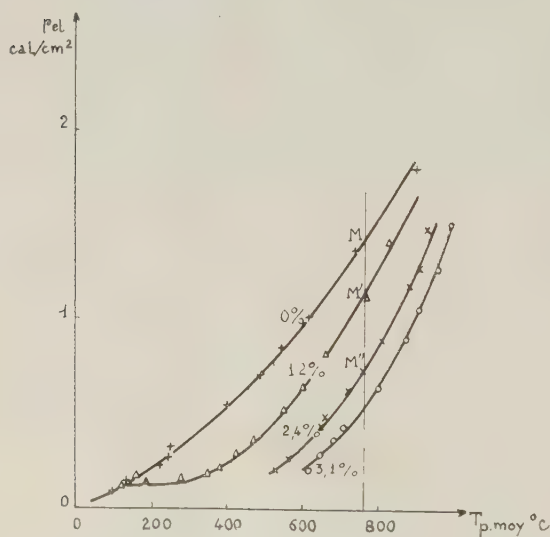


Fig. 3. — Puissance électrique fournie à la plaque en fonction de la température et de la concentration C_0 en hydrogène.

Résultats expérimentaux personnels. — Expériences analogues à celles de Davies [13] [14] et de Buben [6] [7]. — Avant d'aborder l'étude de la couche limite, nous donnons brièvement les résultats de quelques expériences dont les conclusions seront tirées au chapitre V.

Comme Davies, nous avons étudié, pour différentes valeurs de C_0 , les variations de $T_{p \text{ moy}}$ en fonction

de la puissance électrique, fournie à la plaque par unité de surface, p_{el} .

Les résultats sont donnés sur la figure 3. Aux variations près du coefficient de convection avec la teneur en hydrogène, les valeurs des segments $M'M$, $M''M \dots$ représentent la chaleur, q_{comb} , fournie à la paroi par la combustion, sur celle-ci, des molécules d'hydrogène, qui y arrivent par diffusion.

Les résultats sont semblables à ceux de Davies à la seule différence

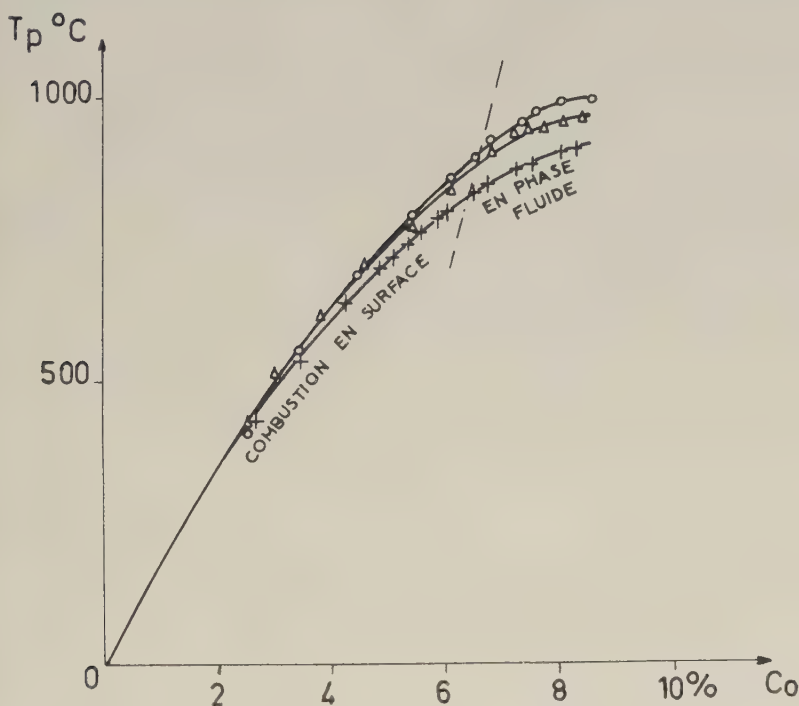


Fig. 4. — Température de régime sans chauffage auxiliaire.

+ $U_0 = 4$ m/sec ; Δ $U_0 = 9,3$ m/sec ; $\bigcirc$ $U_0 = 14,6$ m/sec.

près que, comme Buben, nous avons constaté une instabilité du phénomène entre 100°C et 300°C (voir courbe $C_0 = 1,2$ p. 100).

D'autre part, comme Buben (fils fins), nous avons étudié (fig. 4) les températures de régime prises par la plaque sans chauffage auxiliaire. La combustion pour des valeurs suffisantes de C_0 est, en effet, capable, après amorçage préalable, de se maintenir seule sur la plaque et de la porter à une température stationnaire $T_{p\text{ moy}}$.

Étude des couches limites. — FORME DES COURBES. — Les formes des courbes de répartitions de vitesses et températures sont tout à fait semblables à celles rencontrées dans le cas de l'air pur.

Les répartitions des concentrations présentent une forme analogue à celle des vitesses.

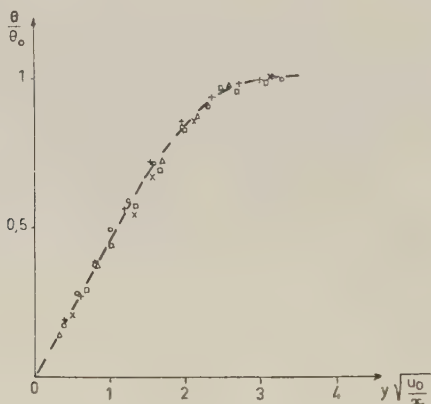


Fig. 5. — Profil des températures réduites en fonction de $y\sqrt{\frac{U_0}{x}}$.

×	$U_0 = 6,7$ m/sec	$C_0 = 2,8$ p. 100	$T_{p\text{ moy}} = 500^\circ$ C	$x = 1,4$ cm
□	» = 6,7 m/sec	» = 2,8 p. 100	» = 500° C	» = 3 cm
○	» = 6,9 m/sec	» = 2,7 p. 100	» = 520° C	» = 3 cm
+	» = 9,5 m/sec	» = 2,9 p. 100	» = 540° C	» = 3 cm
△	» = 12,3 m/sec	» = 2,8 p. 100	» = 530° C	» = 3 cm

PROPRIÉTÉS DES COURBES. — A) Profils en $y\sqrt{\frac{U_0}{x}}$.

1° PROFIL DES TEMPÉRATURES RÉDUITES. — Sur la figure 5 nous avons porté en abscisse la variable $y\sqrt{\frac{U_0}{x}}$ et en ordonnées les températures réduites $\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{T_p - T}{T_p - T_0}$.

Différentes répartitions de θ/θ_0 dans la couche limite, obtenues, pour une même température de plaque, voisine de 500° C mais pour diverses valeurs les paramètres U_0 et x se placent sur un même profil.

Nous avons obtenu des résultats identiques pour $T_p = 350^\circ$ C et 680° C.

2° PROFIL DES CONCENTRATIONS. — Aux erreurs d'expérience près, les résultats sont semblables pour les concentrations (fig. 6).

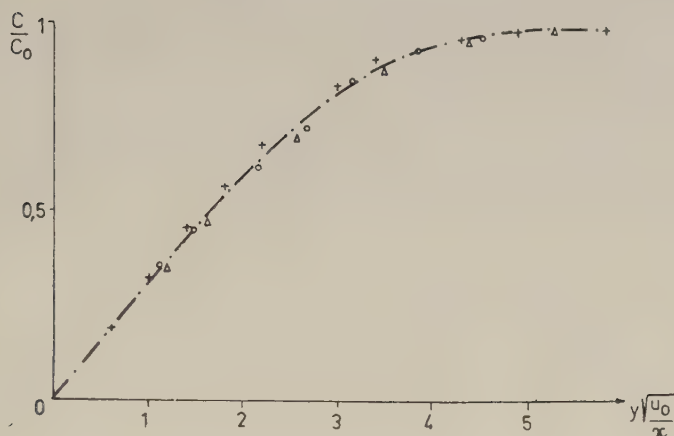


Fig. 6. — Profil des concentrations en fonction de $y\sqrt{\frac{U_0}{x}}$.

○	$U_0 = 6,7 \text{ m/sec}$	$C_0 = 2,8 \text{ p. 100}$	$T_{p\text{ moy}} = 500^\circ \text{ C}$	$x = 3 \text{ cm}$
+	» $= 9,5 \text{ m/sec}$	» $= 2,8 \text{ p. 100}$	» $= 530^\circ \text{ C}$	» $= 3 \text{ cm}$
△	» $= 12,3 \text{ m/sec}$	» $= 2,9 \text{ p. 100}$	» $= 530^\circ \text{ C}$	» $= 3 \text{ cm}$

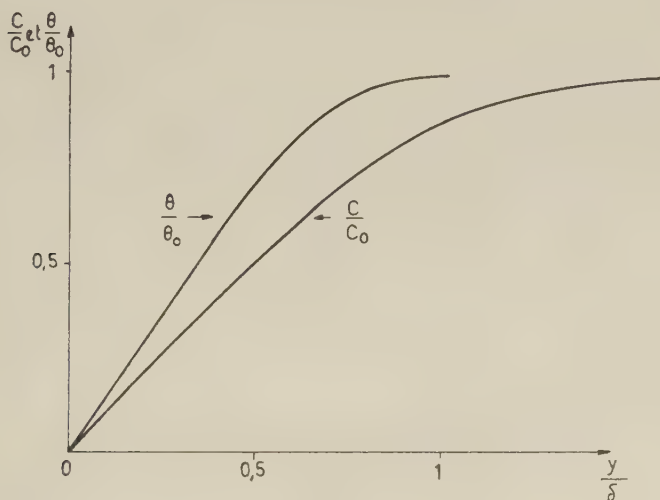


Fig. 7. — Comparaison des profils des températures réduites et des concentrations.

$$C_0 = 2,8 \text{ p. 100}; \quad T_{p\text{ moy}} = 500^\circ \text{ C.}$$

B) *Affinité des profils des concentrations et des températures réduites.* — La figure 7 montre la comparaison des profils C/C_0 et θ/θ_0 , obtenus pour $T_{p \text{ moy}} \simeq 500^\circ \text{C}$.

On constate que le profil des concentrations C/C_0 se déduit de celui des températures réduites θ/θ_0 en multipliant les abscisses relatives à θ/θ_0 par un rapport sensiblement constant et égal à 1,5.

Les résultats sont semblables, lorsque $T_p = 350^\circ \text{C}$ et $T_p = 680^\circ \text{C}$.

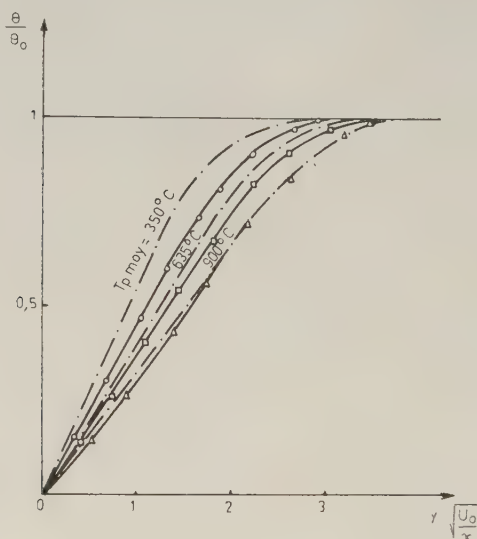


Fig. 8. — Profils des températures réduites pour différentes températures de paroi. Comparaison avec les mêmes profils dans l'air pur.

— · — · — Air pur :

— — — Air + H_2 :

○ — $T_{p \text{ moy}} = 520^\circ \text{C}$ $C_0 = 2,8 \text{ p. } 100$;

□ — » $= 680^\circ \text{C}$ » $= 4 \text{ p. } 100$;

△ — » $= 910^\circ \text{C}$ » $= 6,9 \text{ p. } 100$.

INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE DE PAROI. — Comme dans le cas de l'air pur, l'augmentation de la température de paroi a pour effet d'augmenter les épaisseurs des différentes couches limites.

La figure 8 montre l'influence de la température de paroi (température moyenne) sur les profils de θ/θ_0 . Sur cette figure nous avons ajouté les profils de θ/θ_0 obtenus dans l'air pour différentes températures moyennes de plaque.

Il y a une parfaite concordance entre les profils θ/θ_0 dans l'air pur et

les mêmes profils dans l'air chargé d'hydrogène, et cela même pour la courbe obtenue dans les conditions expérimentales suivantes :

$$T_{p \text{ moy}} = 910^{\circ} \text{ C}, \quad U_0 = 9,5 \text{ m/s} \quad \text{et} \quad C_0 = 6,8 \text{ p. 100.}$$

Si, à partir de cette dernière expérience on augmente légèrement la température de paroi, la forme de la courbe est notablement modifiée; nous entrons dans le domaine de la combustion en phase fluide qui sera étudiée au chapitre IV.

Conclusions. — Les répartitions des températures et des températures réduites dans la couche limite sont parfaitement comparables à celles obtenues dans l'air pur. Pour une température de plaque donnée les répartitions des concentrations se déduisent des répartitions des températures réduites par affinité suivant l'axe des y .

Ces résultats laissent prévoir qu'il s'agit ici de phénomènes de convection et de diffusion forcée laminares.

Les équations. — Équations de continuité, du mouvement, de l'enthalpie et de la diffusion. — Les équations ont été fournies par Karman [24]. Nous écrirons :

L'équation de la continuité :

$$(1 a) \quad \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} = 0.$$

L'équation du mouvement :

$$(1 b) \quad \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right).$$

L'équation de l'enthalpie :

$$(1 c) \quad \rho U C_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho V C_p \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)$$

nous supposons, ici, C_p constant.

L'équation de la diffusion :

$$(1 d) \quad \rho U \frac{\partial C}{\partial x} + \rho V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[D \rho \left(\frac{\partial C}{\partial y} - \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right]$$

le dernier terme de droite de l'équation ci-dessus représente la contribution de la thermodiffusion.

Ce phénomène mis en évidence par Enskog puis par Chapman est dû à la tendance qu'ont en général les molécules les plus légères à se concentrer dans les régions les plus chaudes. Les propriétés du terme k_T , appelé « rapport de thermodiffusion », ont été données par Chapman et Cowling [9]. En ce qui nous concerne, nous retiendrons que k_T , indépendant de T , est ici positif et égal pour les faibles concentrations en hydrogène à : $k_T = 0,167 \text{ C.}$

En réalité, du moins dans ce chapitre, nous négligerons le terme de thermodiffusion. En effet, à partir des couches expérimentales, nous avons calculé les valeurs du rapport $\frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} / \frac{\partial C}{\partial y}$ en fonction de $y \sqrt{\frac{U_0}{x}}$. La contribution moyenne de la thermodiffusion est de l'ordre de 7 p. 100. Etant donné la précision de nos expériences il est inutile de prendre ce terme en considération, et nous écrirons l'équation de diffusion :

$$(1e) \quad \rho U \frac{\partial C}{\partial x} + \rho V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \rho \frac{\partial C}{\partial y} \right).$$

Remarques. — 1° En toute rigueur il conviendrait de remplacer, dans l'équation de diffusion, la concentration $C = \frac{n}{N}$ par le rapport massique $Y = \frac{mn}{MN}$, mais en raison des faibles valeurs de C et du grand ballast d'azote il est parfaitement justifiable de supposer la masse molaire M du mélange indépendante de x et y .

2° Si un gradient de pression $\frac{\partial p}{\partial x}$ existe, on ajoutera respectivement aux termes de droite des équations (1 b et c) les termes :

$$- \frac{\partial p}{\partial x} \quad \text{et} \quad - U \frac{\partial p}{\partial x}.$$

3° Enfin nous avons négligé deux termes absolument secondaires dans nos expériences : le « diffusion thermo-effect » et le « stephan flow » (vitesse d'ensemble à la paroi de l'ordre du centimètre dans nos essais) dont on trouvera la signification dans un ouvrage de Frank-Kamenetskii [18].

En résumé le phénomène est régi par les équations 1 a, b, c, d, avec les conditions aux limites :

$$\begin{array}{llll} y=0 & U=V=0 & T=T_p & C=0 \\ y \rightarrow \infty & U=U_0 & T=T_0 & C=C_0. \end{array}$$

Variations de λ , μ avec la composition du mélange. — Pour les faibles teneurs en hydrogène utilisées les variations de μ avec cette teneur, sont absolument négligeables [25].

λ est supérieur de 10 p. 100 environ [31] à λ_{air} , lorsqu'on introduit dans l'air 5 p. 100 d'hydrogène.

Par un calcul que nous ne reproduirons pas, faute de place, on montre facilement que la teneur γ , en vapeur d'eau près de la paroi est de l'ordre de $2C_0$. Dans nos expériences, l'effet de cette vapeur d'eau contribue à une augmentation [20] de λ d'à peine 10 p. 100.

Nous négligerons ces variations de λ et μ devant leurs variations avec la température.

Intégration des équations. — Comme aux pages 272 et 274, nous ferons l'hypothèse admise par Chapman et Rubesin.

Intégration des équations du mouvement et de l'enthalpie. — Vu les approximations faites au paragraphe précédent, il n'y a aucune distinction à faire avec le cas de l'air pur. Nous renvoyons aux calculs de l'Annexe I ($\mathcal{P}_r = C_p \mu / \lambda$ supposé = 1).

Posant :

$$(2a) \quad \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{U}{U_0} = \frac{1}{2} f'(\eta).$$

On transforme les équations du mouvement de l'enthalpie en l'équation de Blasius :

$$(2b) \quad f f'' + f''' = 0$$

où les dérivations sont faites par rapport à η .

y est relié à η par la relation :

$$(2c) \quad y = \frac{b \nu_0 x}{U_0} \left[2 \frac{T_p}{T_0} \eta - \frac{T_p - T_0}{T_0} f(\eta) \right].$$

Intégration de l'équation de diffusion. — Si l'on suppose le nombre de Lewis, indépendant de T , l'équation (1e) se réduit facilement, en posant :

$$(2d) \quad \frac{C}{C_0} = \frac{1}{2} g'(\eta)$$

à l'équation :

$$(2e) \quad f g'' + \mathcal{L} g''' = 0$$

où les dérivations sont faites par rapport à η .

Le système des équations (2b) et (2e) est exactement le même que dans le cas d'un écoulement pratiquement isotherme (λ, μ, D, ρ supposés constants dans toute la couche limite).

Depuis les travaux de Pohlhausen, on connaît bien les propriétés des systèmes de ce genre. Le profil $C/C_0(\eta)$ se déduit du profil $\theta/\theta_0(\eta)$ par affinité suivant l'axe des η ; le rapport d'affinité est égal à $\mathcal{L}^{1/3}$, soit 1,5 dans le cas étudié expérimentalement.

Mais, contrairement au cas où λ, μ, D, ρ sont constants, les variations de y en fonction de η (relation 2c) ne sont plus tout à fait linéaires. L'affinité n'est plus rigoureusement conservée lorsque C/C_0 et θ/θ_0 sont portés en fonction de $y \sqrt{U_0/x}$ (fig. 9). On remarquera, toutefois, que, vu la forme de $f(\eta)$ (voir Annexe I), près de la paroi y et η sont proportionnels; le rapport des pentes :

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)}{\partial y} \right)_{y=0} \quad \text{et} \quad \left(\frac{\partial \left(\frac{C}{C_0} \right)}{\partial y} \right)_{y=0}$$

à la paroi est égal à $\mathcal{L}^{1/3}$.

Comparaison de la théorie avec les résultats expérimentaux. — Nous avons montré (fig. 8 de ce chapitre) que les profils de θ/θ_0 étaient comparables à ceux obtenus dans l'air pur. On se reportera aux pages 272 et 274.

On explique les écarts entre les courbes théoriques et expérimentales des concentrations par un raisonnement absolument analogue à celui de la page 274.

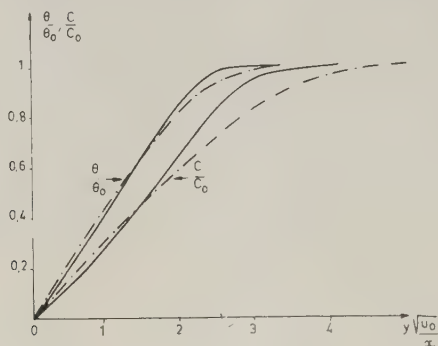


Fig. 9. — Comparaison entre les profils théoriques et expérimentaux des températures réduites et des concentrations.

————— théoriques . . . } $T_p = 500^\circ \text{C.}$
 - · - · - expérimentaux. }

Conclusion. — Le phénomène résulte, ici, de la superposition des phénomènes de diffusion et convection forcées ordinaires. Les molécules d'hydrogène sont véhiculées par diffusion vers la paroi et ne brûlent que sur celle-ci. La chaleur libérée par cette combustion est retransmise, en partie, de la plaque vers le fluide, par convection forcée.

La réaction s'effectue par catalyse de surface, jusqu'à des températures de paroi élevées (de 800° à 900°C dans nos expériences).

CHAPITRE IV

Étude du cas

où la combustion s'effectue en phase homogène

Résultats expérimentaux. — Exploration des couches limites. Variations avec les paramètres. — **FORME DES COURBES DE REPARTITIONS DES C. T. U.** — Nous allons voir, dans l'exemple qui suit, quelles sont les modifications qu'apporte, aux phénomènes de convection et de diffusion forcées, la combustion au sein du fluide.

Partant de la frontière de la couche limite et nous dirigeant vers la plaque, nous obtenons (fig. 10) des concentrations qui se situent d'abord sur une courbe analogue à une courbe de diffusion. A une certaine dis-

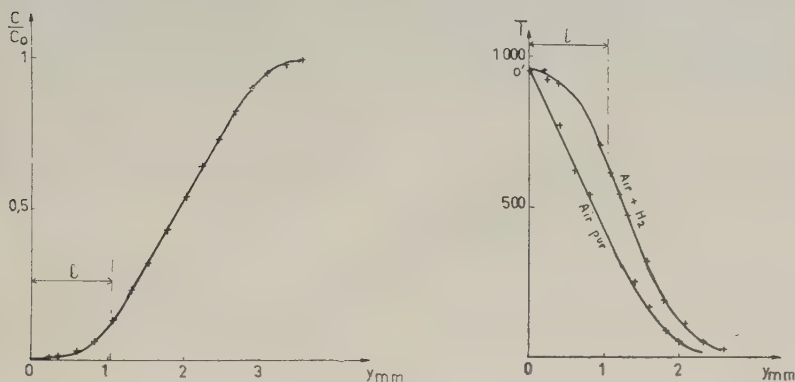


Fig. 10. — Influence de la combustion en phase homogène sur la forme des courbes de répartition des concentrations et des températures.

tance l de la plaque, la courbe change assez brusquement d'allure ; la courbure devient nettement positive, les concentrations sont faibles et le gradient $(\partial C/\partial y)_{y=0}$ est très petit.

La forme des courbes de répartition des températures correspondantes diffère nettement dans l'intervalle $0 < y < l$ de celle obtenue dans l'air pur dans les mêmes conditions de T_p , U_0 et x (fig. 10). La combustion y augmente notablement la température du fluide. Le gradient $(\partial T/\partial y)_{y=0}$ est beaucoup plus faible en valeur absolue.

La répartition des vitesses (fig. 11) est à droite de la répartition des vitesses dans l'air pur. Il semble donc que la couche limite des vitesses se trouve légèrement augmentée.

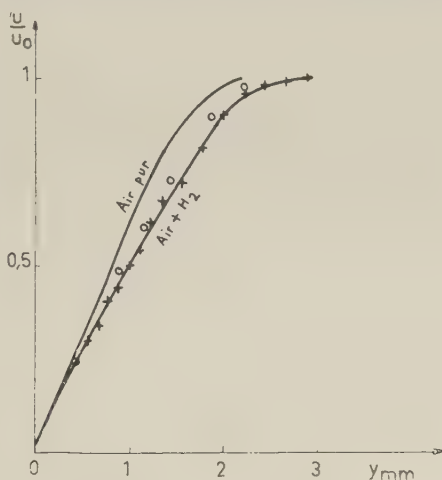


Fig. 11. — Répartition des vitesses dans la couche limite.

+ Résultats expérimentaux ;
○ Résultats théoriques (p. 302).

Nous noterons, en passant, que nous n'avons jamais observé le gradient de pression statique $\partial p / \partial y$, alors qu'il existe un léger gradient longitudinal $\partial p / \partial x$, de l'ordre de 0,03 mm par centimètre.

INFLUENCE DES PARAMÈTRES. — A) *Influence de la température de paroi.* — La figure 12 montre respectivement les courbes de répartitions de C et T au bord de fuite pour différentes températures de paroi, U_0 et C_0 étant maintenus constants.

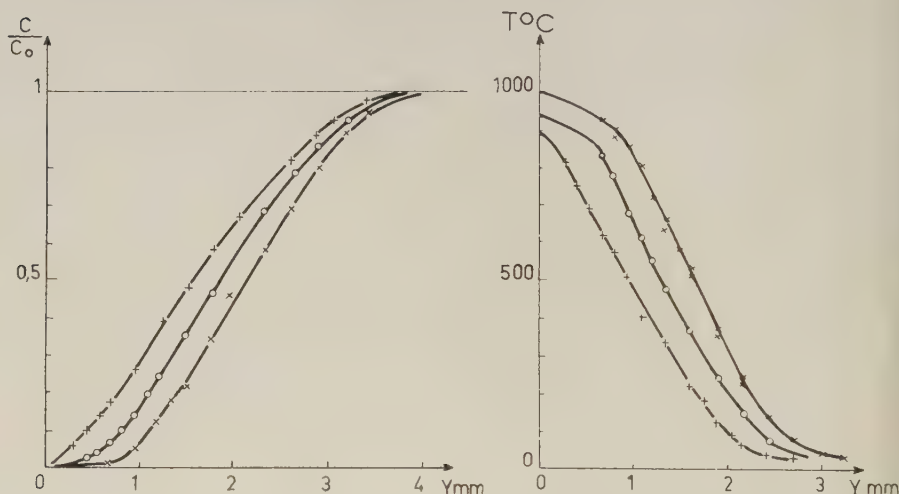


Fig. 12. — Influence de la température de paroi sur les répartitions des concentrations et des températures dans la couche limite.

$U_0 = 6,5$ m/sec ; $C_0 = 5,2$ p. 100 ;
 + $T_p = 880^\circ$ C ;
 O » — 920° C ;
 X » — 1000° C.

La combustion en phase fluide ne devient apparente, ici, que lorsque T_p est supérieur à 850° C environ. T_p augmentant, le gradient $\partial C / \partial y$ à la paroi, qui possède encore une valeur appréciable à 880° C diminue et devient rapidement, sinon nul, très faible. Les zones atteintes par la combustion augmentent et la courbure des courbes, près de la paroi, s'accroît très nettement.

B) *Influence de C_0 .* — U_0 et $T_{p\text{moy}}$ sont maintenus constants. Les figures 13 et 14 montrent l'influence de C_0 . Les courbes possèdent un gradient de température à la paroi d'autant plus faible que C_0 est grand.

Les zones atteintes par la combustion croissent avec C_0 , d'abord relativement lentement, puis beaucoup plus rapidement.

Comme dans le cas précédent, après les zones atteintes par la combustion, les différentes courbes sont décalées les unes par rapport aux autres.

C) *Influence de U_0 .* — Parmi les courbes représentées sur la figure 15, on trouve deux répartitions de C et T, correspondant aux mêmes valeurs de T_p , quoique légèrement différentes, et à deux vitesses différentes.

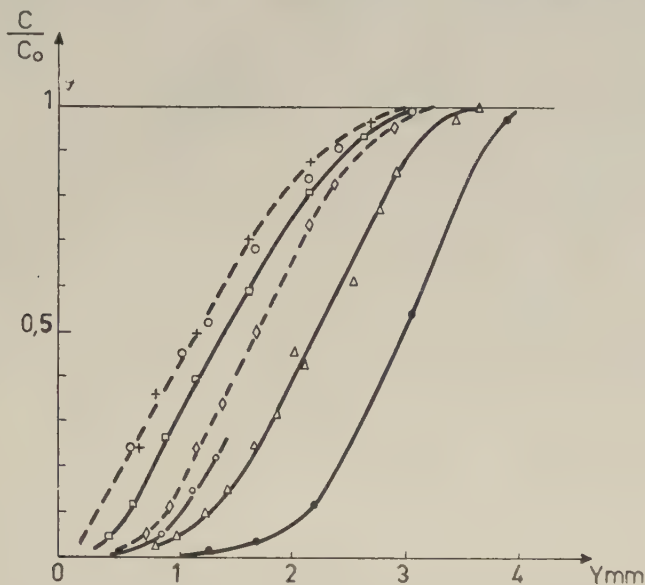


Fig. 13. — Influence de C_0 sur les répartitions de concentration

(courbes $\square$, $\circ$, $\triangle$, $\bullet$)

$U_0 = 9,5$ m/sec.

$\square$	$T_{p\text{ moy}} = 990^\circ \text{ C} ;$	$C_0 = 3 \text{ p. } 100 \text{ H}_2.$
$\circ$	$\text{»} = 990^\circ \text{ C} ;$	$\text{»} = 5,8 \text{ p. } 100 \text{ H}_2.$
$\triangle$	$\text{»} = 990^\circ \text{ C} ;$	$\text{»} = 7,4 \text{ p. } 100 \text{ H}_2.$
$\bullet$	$\text{»} = 990^\circ \text{ C} ;$	$\text{»} = 8,4 \text{ p. } 100 \text{ H}_2.$
$\odot$	$T_p = 930^\circ \text{ C} ;$	$\text{»} = 6,8 \text{ p. } 100 \text{ H}_2.$
$+$	$\text{»} = 930^\circ \text{ C} ;$	$\text{»} = 6 \text{ p. } 100 \text{ H}_2.$
$\diamond$	$\text{»} = 1050^\circ \text{ C} ;$	$\text{»} = 5,2 \text{ p. } 100 \text{ H}_2.$

En abscisse est portée la variable $y\sqrt{U_0/x}$. Dans ces conditions ces quatre courbes se confondent approximativement deux à deux.

Il est facile de prévoir, à l'aide des résultats du paragraphe A précédent, que les courbes auraient présentées entre elles un léger décalage si les T_p avaient été rigoureusement les mêmes.

Influence de x . — Sur la même figure 15, sont représentées, pour une température de paroi assez élevée, des profils de C et T analogues, mais cette fois, seule l'abscisse x varie. Nous trouvons ici un profil unique de C , ainsi qu'un profil unique de T .

Température de régime sans chauffage auxiliaire. — On se reportera à la figure 4.

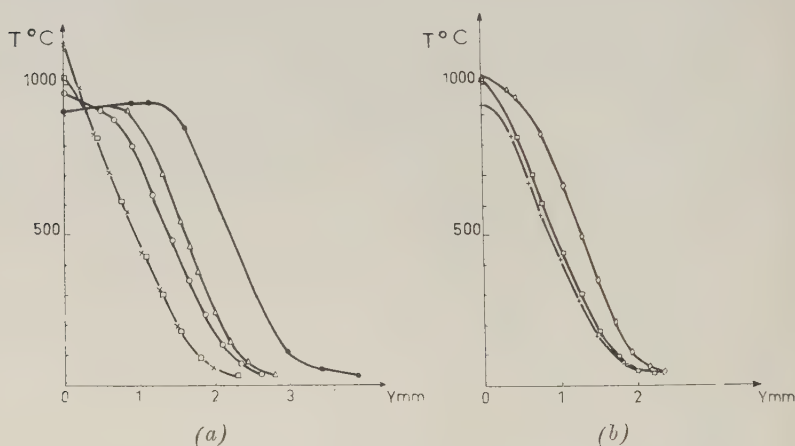


Fig. 14. — Influence de C_0 sur les répartitions de température (pour les courbes de la fig. (a), U_0 et $T_{p\text{moy}}$ sont maintenus constants).

a) $U_0 = 9,5$ m/sec ; $T_{p\text{moy}} = 990^\circ\text{C}$:

× Air pur ;

□ » + 3 p. 100 H_2 ;

○ » + 5,8 p. 100 H_2 .

△ Air + 7,4 p. 100 H_2 ;

● » + 8,4 p. 100 H_2 .

b) $U_0 = 9,5$ m/sec ;

□ Air + 3 p. 100 H_2 ; $T_p = 1030^\circ\text{C}$;

◇ » + 5,8 p. 100 H_2 ; » = 1050°C ;

+ » + 6 p. 100 H_2 ; » = 930°C .

Conclusion. — Recoupant les résultats de l'exploration des couches limites, il faut noter principalement :

1° les variations rapides de la courbure des courbes de répartitions de C près de la paroi lorsque la combustion en phase homogène apparaît.

2° que la variation $y\sqrt{U_0/x}$ semble jouer ici un rôle privilégié, mais les courbes de répartition de C en fonction de cette variable présentent

entre elles des décalages qui sont fonctions des paramètres ; toutefois, il apparaît que lorsque les températures de paroi sont assez élevées, les décalages précédents sont très faibles.

Les équations. — Les équations générales ont été données par Karman [24].

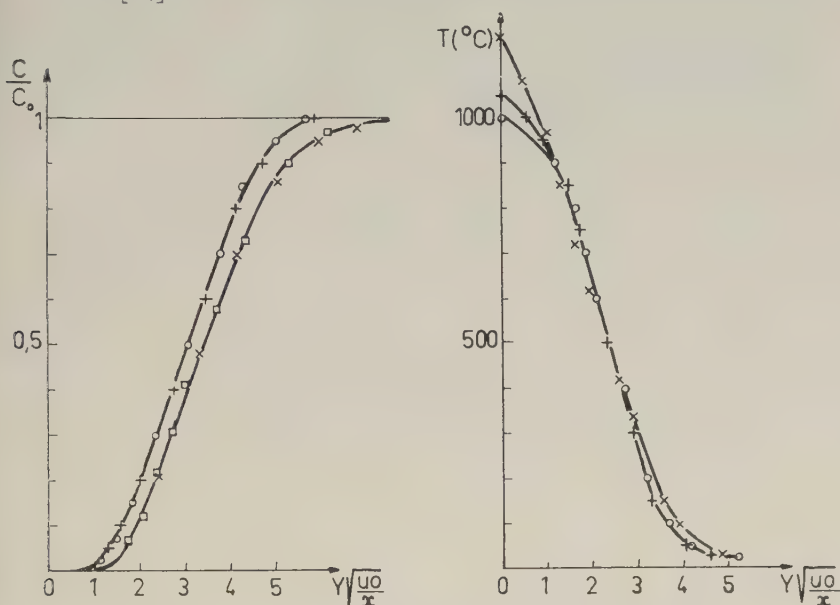


Fig. 15. — Profils des concentrations et des températures.

Influence de U_0 : +, ○, —. Influence de x : □, ×.

$$\left. \begin{array}{l} C_0 = 5,2 \text{ p. } 100 \\ x = 3 \text{ cm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} + : U_0 = 9,5 \text{ m/sec} ; \\ \circ : U_0 = 6,2 \text{ m/sec.} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_0 = 3 \text{ p. } 100 \\ T_p = 1180^\circ \text{ C} \\ U_0 = 5 \text{ m/sec} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \square : x = 3 \text{ cm} ; \\ \times : x = 1,6 \text{ cm.} \end{array}$$

Nous désignons par $f(n, T)$ le nombre de moles d'hydrogène, qui disparaissent par réaction, par unité de temps, dans l'unité de volume à la température T , lorsque le nombre de moles encore présentes dans ce volume est n .

Avec les mêmes approximations qu'au chapitre III, les équations s'écrivent :

L'équation de la continuité :

$$(1 a) \quad \frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho U)}{\partial y} = 0.$$

L'équation du mouvement :

$$(1\ b) \quad \rho U \frac{\partial U}{\partial x} + \rho V \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial U}{\partial y} \right).$$

L'équation des concentrations :

$$(1\ c) \quad \rho U \frac{\partial C}{\partial x} + \rho V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(D \rho \frac{\partial C}{\partial y} \right) - M \times f(n, T).$$

si l'on veut tenir compte de la thermo-diffusion on ajoutera au terme de droite, la quantité $\frac{\partial}{\partial y} \left(D \rho \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$.

L'équation des températures :

$$(1\ d) \quad \rho C_p U \frac{\partial T}{\partial x} + \rho C_p V \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + q f(n, T).$$

REMARQUE. — *Équations de l'énergie*, dans le cas particulier où :

$$\mathcal{L} = \frac{D \rho C_p}{\lambda} \quad \text{et} \quad \mathcal{F}_r = \frac{\mu C_p}{\lambda}$$

sont égaux à l'unité.

Dans ces conditions l'élimination de $f(n, T)$, entre (1 c) et (1 d) conduit, comme l'a fait remarquer G. Ribaud [37] à une équation en $T + qC/M_{c_p}$ tout à fait semblable à l'équation des vitesses.

$$(1\ e) \quad \rho U \frac{\partial \left(T + \frac{qC}{M_{c_p}} \right)}{\partial x} + \rho V \frac{\partial \left(T + \frac{qC}{M_{c_p}} \right)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial \left(T + \frac{qC}{M_{c_p}} \right)}{\partial y} \right].$$

On en déduit l'intégrale première :

$$(1\ f) \quad T + \frac{qC}{M_{c_p}} = A \frac{U}{U_0} + B$$

les constantes A et B se déterminent aisément par les conditions aux limites.

Essais d'intégration. — La détermination du phénomène résulte de l'intégration du système des équations (1 a, b, c, d ou e) du paragraphe précédent, auxquelles s'ajoutent les relations qui expriment les variations de λ , μ , D , ρ avec T . Il va de soi que ce système est inintégrable.

Intégration de l'équation des concentrations. — Nous ferons les approximations suivantes :

1° Nous utiliserons l'équation simplifiée :

$$(2) \quad U \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} - \frac{M}{\rho} f(n, T)$$

qui suppose les filets fluides parallèles à la plaque, et D , ρ constants.

On conçoit que le remplacement de (1 c) par (2) ne changera pas l'allure générale des résultats.

2° Nous supposons le profil des vitesses linéaire près de la paroi.

3° Sauf indication contraire, nous admettons que la réaction est du premier ordre et obéit à la loi d'Arrhénius, soit $f(n, T) = kn e^{-E/RT}$.

4° Si besoin est, nous supposons le nombre de Prandtl égal à l'unité.

UN RÉSULTAT AVANT INTÉGRATION. — Nous nous plaçons dans le cas simple où C_0 est très faible. On confond alors la répartition des T , avec celle que l'on obtiendrait dans l'air pur dans les mêmes conditions de T_p et U_0 :

$$f(n, T) = kn e^{-\frac{E}{RT}} = e^{-\frac{E}{RT_p \left(1 - \frac{T_0 - T}{T_p} \cdot \frac{\theta}{\theta_0}\right)}}$$

s'écrit lorsque θ/θ_0 est faible :

$$f(n, T) = K n e^{-Ly \sqrt{\frac{U_0}{x}}}$$

en posant :

$$(2 a) \quad K = k e^{-\frac{E}{RT_p}} \quad \text{et} \quad Ly \sqrt{\frac{U_0}{x}} = \frac{E}{RT_p} \times \frac{T_p - T}{T_p}$$

On remarquera que L est indépendant de y , x et U_0 .

Posons $G = e^{-F}$, l'équation (2) s'écrit :

$$(2 b) \quad -U \frac{\partial F}{\partial x} = D \left[\left(\frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \right] - K e^{-Ly \sqrt{\frac{U_0}{x}}}$$

Si le dernier terme n'existait pas, nous serions dans le cas d'une diffusion forcée laminaire ; en posant $Z = y \sqrt{\frac{U_0}{x}}$ on intégrerait l'équation :

$$(2 c) \quad G(Z, F'_Z, F''_{Z^2}) = \frac{Z}{2} \frac{U}{U_0} (Z) \cdot F'_Z + D(F''_{Z^2} - F'_{Z^2}) = 0.$$

Par contre, si le dernier terme n'est pas négligeable, on ne peut plus supposer F uniquement fonction de Z , car on obtiendrait :

$$(2 d) \quad G(Z, F', F'') = \frac{Kx}{U_0} e^{-LZ}$$

le terme de droite n'est pas fonction uniquement de Z .

Si T_p est suffisamment basse pour que $Kx/U_0 e^{-LZ}$ reste faible vis-à-vis des autres termes de G , les concentrations se situent sur un profil

unique de diffusion lorsque C/C_0 est porté en fonction de Z (fig. 16) profil 1.

T_p augmentant $(Kx/U_0)e^{-LZ}$ croît et ce terme est responsable d'une perturbation apportée au profil précédent, on obtient le profil 2.

Si T_p , U_0 , x variant de façon à laisser constant Kx/U_0 , le terme de droite de (2 d) reste, pour une valeur de Z donnée, le même. La perturbation qu'entraîne la présence de ce terme sur le profil 1 est la même ;

les répartitions de $C/C_0(Z)$ resteront sur la même courbe 2.

En réalité, L dépend légèrement de T_p mais, près de la paroi, les variations de $e^{-LZ} \approx e^{-0,1E/RT_p}$ avec T_p sont négligeables devant les variations de $K = ke^{-E/RT_p}$.

Ce résultat présente un intérêt quant à la détermination des énergies d'activation E .

Si pour différentes valeurs des groupes de paramètres T_p , U_0 , x , T'_p , U'_0 , x' , ... nous trouvons une même courbe $C/C_0(Z)$, nous en déduisons les égalités :

$$(2e) \quad \frac{x}{U_0} e^{-\frac{E}{RT_p}} = \frac{x'}{U'_0} e^{-\frac{E}{RT'_p}} = \dots$$

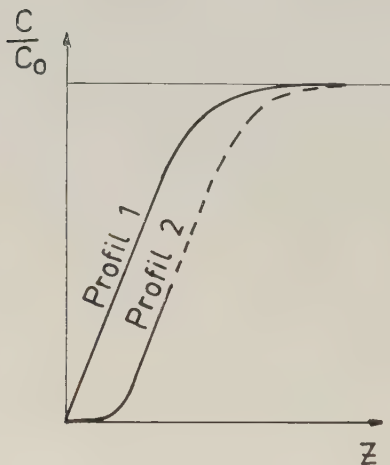


Fig. 16.

INTÉGRATION EN NÉGLIGEANT $D(\partial^2 C / \partial y^2)$ DEVANT $U(\partial C / \partial x)$.

A) On suppose $f(n, T) = an$ où a est constante. L'intégration de (2) s'effectue alors sans difficulté et donne en tenant compte des conditions aux limites ($y = 0$; $C = 0$ — $x = 0$; $C = C_0$) et en posant

$$U = \beta U_0^{3/2} \frac{y}{\sqrt{x}} \quad (\beta = \text{constante}) :$$

$$\frac{C}{C_0} = e^{-\frac{2}{3} \times \frac{a}{\beta y} \times \left(\frac{x}{U_0}\right)^{3/2}}.$$

On constate alors que les courbes représentatives de cette équation ont l'allure de nos courbes expérimentales.

En réalité, cette intégration n'est pas du tout satisfaisante ; le calcul *a posteriori* du terme :

$$H(y) = \frac{D}{U} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$

montre, en effet, que $H(y)$ est de l'ordre $Dax^3/\beta^2 U_0^3 y^4$, terme qui prend

des valeurs très grandes (10^3 à 10^4) près de la paroi. Ce résultat est en contradiction avec l'hypothèse.

B) On suppose $f(n, T) = k n e^{-E/RT}$. — Nous renvoyons aux calculs explicites dans l'annexe II.

On obtient les courbes des figures 17 et 18, qui supportent mal la comparaison avec l'expérience. Comme précédemment, le rapport $H(y)$ est très grand (10^5 à 10^7) près de la paroi et dans la majeure partie du coude.

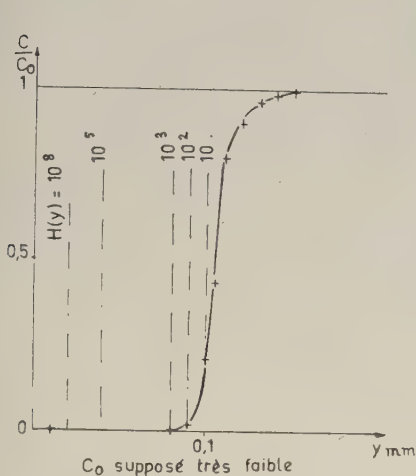


Fig. 17. — Courbes intégrales
(Annexe II).

$$K = 10^7$$

$$\frac{E}{RT_p} \times \frac{T_p}{T_0} = 10$$

$$U_0 = 3 \text{ m/sec ;}$$

$$x = 3 \text{ cm.}$$

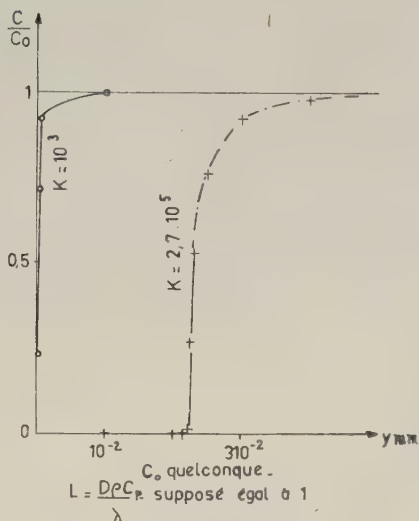


Fig. 18.

$$\tau = \frac{\rho_0 C_p (T_p - T_0)}{q n_0} = 1,54 ;$$

$$\frac{E}{RT_p} \times \frac{T_p - T_0}{T_p} = 11,9 ;$$

$$U_0 = 10 \text{ m/sec ;}$$

$$x = 3 \text{ cm.}$$

C) *Remarque sur les conditions aux limites.* — L'équation (2 d) met nettement en évidence qu'au très proche voisinage du bord d'attaque ($x \cong 0$), le profil $C, C_0(Z)$ est un profil de diffusion forcée laminaire pure. Telle est la condition à la limite $x = 0$.

L'emploi dans les essais A et B de la condition $x = 0, C = C_0$, implique l'extension de l'hypothèse admise à toute l'épaisseur de la couche limite. Il va de soi que ceci est grossièrement faux, pour les régions non atteintes par la combustion, mais on conçoit que, près de la

paroi où la combustion joue un rôle déterminant, les conclusions données en A et B restent valables : $D(\partial^2 C / \partial y^2)$ n'est pas négligeable devant $U(\partial C / \partial x)$, dans les zones de combustion. Les ordres de grandeur de $H(y)$ rencontrés précédemment, nous incitent à faire l'hypothèse opposée.

INTÉGRATION EN NÉGLIGEANT $U(\partial C / \partial x)$ DEVANT $D(\partial^2 C / \partial y^2)$. — On suppose toujours C_0 faible.

Posant :

$$\chi = \frac{Kx}{DL^2 U_0} e^{-Ly\sqrt{U_0/x}} \approx \frac{kx e^{-E/RT}}{DL^2 U_0}$$

l'équation (2) se transforme en l'équation de Bessel :

$$(3a) \quad \frac{d}{d\chi} \left(\chi \frac{dC}{d\chi} \right) - C = 0$$

dont on trouvera l'intégration dans l'annexe III.

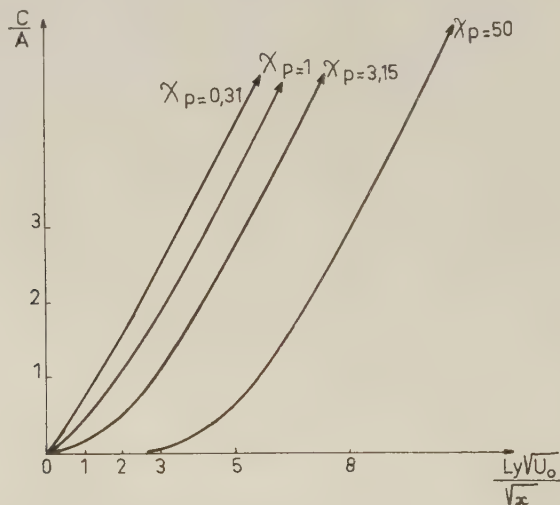


Fig. 19. — Courbes intégrales.

$$A = \mathcal{L}^{-1/3} \frac{C_0 R T_p^2}{E(T_p - T_0)}.$$

Les conditions aux limites sont :

pour $y = 0$, $C = 0$ et pour $x = 0$, $C/C_0(Z)$ = profil de diffusion, que nous remplacerons près de la paroi, par une droite, au même titre que U/U_0 et θ/θ_0 . Dans ces conditions : $C/C_0 = \theta/\theta_0(Z)\mathcal{L}^{-1/3}$, d'après les résultats du chapitre III.

On obtient les courbes de la figure 19 qui se transforme facilement en la figure 20, où $\frac{1}{S} = \frac{RT_p^2}{E(T_p - T_0)}$ sert d'unité sur les deux axes.

Propriétés des courbes intégrales. — Pour $\chi_p = Kx/DL^2U_0 < 0,1$, les courbes intégrales sont pratiquement rectilignes (profil de diffusion).

Pour $0,1 < \chi_p < 3$, leur courbure augmente rapidement avec χ_p .

Pour $\chi_p > 3$, $(\partial C/\partial y)_{y=0}$ est pratiquement nul.

Pour deux valeurs χ_p et χ'_p , toutes deux supérieures à 3,5, les courbes correspondantes se déduisent l'une de l'autre (fig. 19) pratiquement par translation suivant l'axe des abscisses d'une longueur égale à

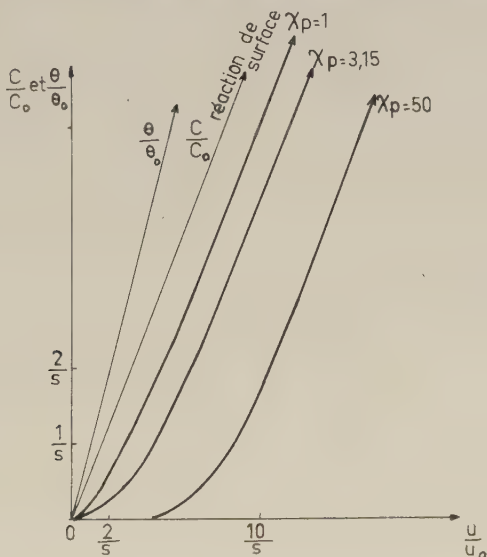


Fig. 20. — Courbes intégrales.

Répartition des concentrations en fonction de $\frac{U}{U_0}$ supposé proportionnel à $y \sqrt{\frac{U_0}{x}}$.

$\log \chi'_p/\chi_p$, ce qui revient à dire que les températures T et T' correspondant, sur ces deux courbes aux points d'égale concentration, obéissent à la relation :

$$(3b) \quad \frac{T}{T'} - \frac{T}{T'} = \frac{R}{E} \log \frac{xU'_0}{xU_0} + 2 \frac{R}{E} \log \frac{T'_p - T_0}{T_p - T_0} \times \frac{T_p^2}{T_p'^2}.$$

Des variations de T_p , U_0 et x se ramènent à des variations de χ_p . Il ressort que, lorsque la combustion en phase fluide apparaît, la forme des profils $C/C_0(Z)$ est très sensible aux variations des paramètres et principalement de T_p , K variant rapidement avec T_p . Par contre, lorsque χ_p est élevé, des variations du simple au double de U_0 ou

x n'entraînent que peu de modifications des $C/C_0(Z)$. La figure 21 montre en effet que les modifications les plus profondes s'effectuent, dans le cas choisi, au très proche voisinage du bord d'attaque.

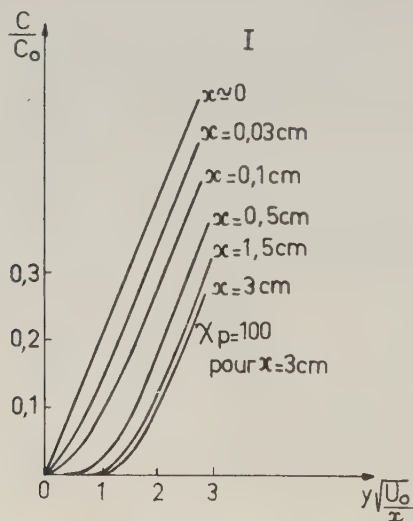


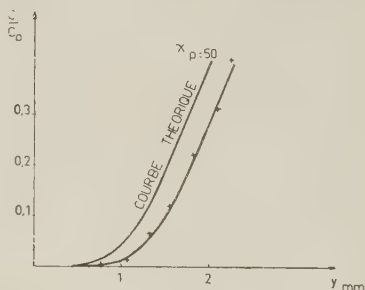
Fig. 21. — Variation du profil $C/C_0 \left(y\sqrt{\frac{U_0}{x}} \right)$ avec l'abscisse x .

Confrontation avec l'expérience. — Les résultats de la dernière intégration sont en accord avec les résultats expérimentaux.

Nous confrontons sur la figure 22 une courbe expérimentale (C_0 faible) et une courbe théorique en supposant $E = 40\,000 \text{ cal}$. Vu les décalages possibles des courbes, la comparaison est très satisfaisante.

Fig. 22. — Comparaison d'une courbe théorique et d'une courbe expérimentale.

+ $U_0 = 5 \text{ m/sec}$;
 $C_0 = 3 \text{ p. } 100$;
 $T_p = 1\,180^\circ \text{ C}$;
 $x = 3 \text{ cm}$.



Les propriétés des courbes théoriques et expérimentales sont en parfait accord. On prendra soin, toutefois, de ne pas confondre les décalages entre : les courbes expérimentales, qui nous l'avons vu, sont largement influencés par des variations de C_0 , et les décalages entre les courbes théoriques.

Nous avons pu vérifier, par le calcul graphique de $D(\partial^2 C / \partial y^2)$ à partir de nos courbes expérimentales, que ce terme est nettement supérieur à $U \partial C / \partial x$ dans la majorité de la zone atteinte par combustion (fig. 23).

En réalité, nous remplacerons $D \partial^2 C / \partial y^2$ par le terme de diffusion plus complet :

$$G = \frac{\partial}{\partial y} \left[D \rho \left(\frac{\partial C}{\partial y} + \frac{k_T}{T} \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right].$$

Nous revenons, en effet, à partir de maintenant, à l'équation (1 c).

Sur la courbe de la figure 23 donnée à titre d'exemple nous indiquons le point P, qui correspond à la température de 450° C. A droite de P, on est sûr que la réaction ne se produit pas, $f(n, T) = 0$, $\rho U \partial C / \partial x$ est égal à G, si l'on néglige la vitesse d'ensemble V. On obtient donc par extrapolation le tracé de $\rho U \partial C / \partial x$ (pointillé) entre P et l'origine.

Les résultats indiqués sur la figure 24 sont tirés d'un essai pour lequel nous avons trouvé le même profil $C/C_0(y\sqrt{U_0/x})$ au milieu et au bord de fuite de la plaque. On peut alors calculer directement en plus de G, $\rho U \partial C / \partial x$ et par l'équation de continuité, la vitesse d'ensemble V d'où $\rho V \partial C / \partial y$.

Les conclusions précédentes sont confirmées : le terme dû à la diffusion joue un rôle prépondérant dans les zones de combustion.

DÉTERMINATION DES VITESSES DE RÉACTION À PARTIR DE NOS EXPÉRIENCES. — Nous avons mis en évidence quatre moyens de déterminer les vitesses de réactions :

1° La relation (2 e) a été établie en supposant C_0 très faible, mais on conçoit qu'elle puisse être utilisable lorsque C_0 est plus notable, à condition toutefois de comparer des profils $C/C_0(Z)$ correspondant à une même valeur de C_0 .

2° Dans les zones de combustion, les températures sont mal déterminées et il serait illusoire d'utiliser la relation (3 b).

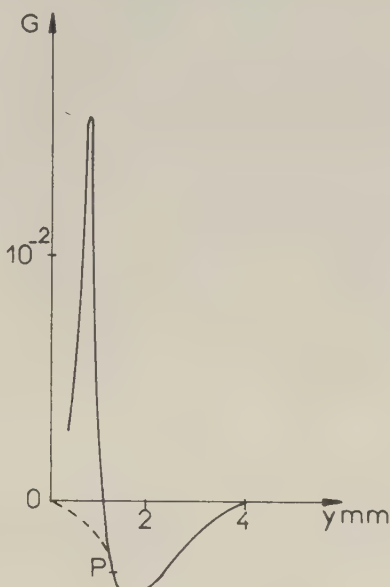


Fig. 23. — Calcul du terme G dû à la diffusion à partir de courbes expérimentales.

$$U_0 = 9,5 \text{ m/sec ;}$$

$$C_0 = 5,2 \text{ p. } 100 ;$$

$$T_p = 1\ 050^\circ \text{ C.}$$

3° On peut encore disposer du fait que l'influence de la combustion en phase fluide devient visible lorsque χ_p est de l'ordre de 0,5. Nous verrons au chapitre V, que la température de paroi correspondant à l'apparition de la combustion en phase fluide peut-être repérée avec une assez bonne précision.

4° Enfin, on peut calculer graphiquement, à partir de nos courbes de répartition de C et T, le terme de diffusion G et l'égaliser en tout

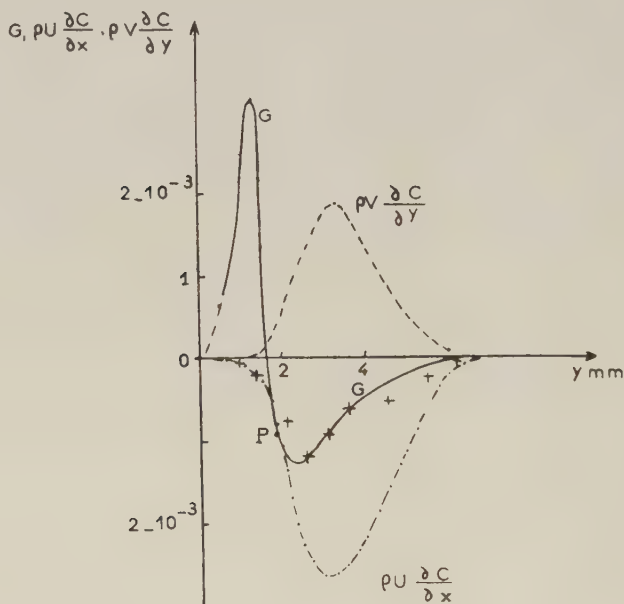


Fig. 24. — Valeurs des différents termes de l'équation des concentrations, calculés à partir d'une répartition expérimentale.

$T_p = 1\,170^\circ\text{C}$; $C_0 = 3 \text{ p. } 100$; $U_0 = 5 \text{ m/sec}$.

$+$: $\rho u \frac{\partial C}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C}{\partial y}$.

point des zones de combustion au terme $Mf(n, T)$. La figure 25 montre les résultats de l'application de cette méthode à plusieurs courbes expérimentales.

Malgré le manque de précision dans nos mesures, l'emploi des méthodes 1°, 3° et 4° nous a donné des résultats qui se recoupent assez

bien. Nous trouvons : E de l'ordre de 30 000 à 40 000 calories et $ke^{-E/RT} = 2$ à $5 \cdot 10^4$ lorsque $T = 900^\circ \text{C}$.

Nos recherches bibliographiques sur les déterminations expérimentales des vitesses de la réaction H_2 -air, aux environs de cette température de 900°C , ont été vaines.

On ne trouve, en effet, des mesures que dans le cas de la combustion lente [22], [27], [34], [35], [36], ou dans le cas de combustion dans les flammes [17], [45].

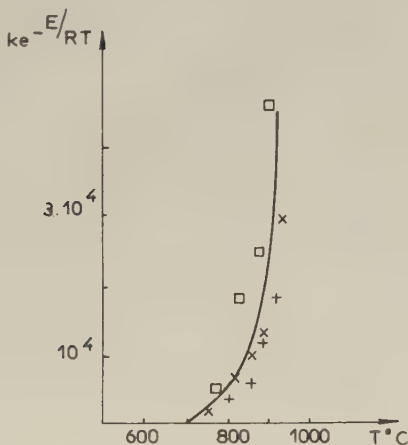


Fig. 25. — Variations du terme $ke^{-E/RT}$ avec la température, calculé à partir des courbes expérimentales.

- $\times$ $U_0 = 6,2 \text{ m/sec}$; $C_0 = 5,2 \text{ p. } 100$; $T_p = 920^\circ \text{C}$.
 $\square$ $U_0 = 9,5 \text{ m/sec}$; $C_0 = 5,2 \text{ p. } 100$; $T_p = 1\,050^\circ \text{C}$.
 $+$ $U_0 = 9,5 \text{ m/sec}$; $C_0 = 7,4 \text{ p. } 100$; $T_p = 910^\circ \text{C}$

Processus thermique ou catalyse en phase homogène. — On peut se demander si la combustion en phase homogène n'est pas engendrée par une diffusion dans le fluide de molécules d'oxygène activées, désorbées de la plaque de platine, ou autres individualités actives (atomes ou radicaux libres), suivant l'hypothèse de Poliakov [33], ou bien par une évaporation de platine, qui d'après Bussière, Domansky [8] et Dévoré, Eyraud et Prettre [15] [16], est plus importante quand le platine catalyse une oxydation que lorsqu'il est plongé dans un courant de mélange gazeux non combustible.

Dans ces conditions la combustion serait réglée par un phénomène du même genre que celui envisagé par Chambré et Young [11]; « l'espèce

chimique » étant ici, suivant les cas, oxygène activé, atomes et radicaux ou platine évaporé, et autres « centres actifs » propagateurs de la réaction.

A ce sujet, des expériences intéressantes, non publiées, ont été effectuées tout récemment par Mlle Y. Thibaut, sous la direction de F. Cabannes. Mlle Y. Thibaut a obtenu, pour des températures de paroi élevées (vers 1000°C), des répartitions de concentration dans la couche limite, absolument semblables aux nôtres, lorsque la plaque de platine est recouverte d'une couche d'alumine.

Comme des expériences préalables (à températures de paroi plus basses) ont montré l'absence totale de catalyse sur cette dernière plaque, il semble que dans nos expériences, les phénomènes invoqués par Prettre et Poliakov n'intervenaient pas.

Calcul des répartitions des vitesses. — Nous passons rapidement sur ce calcul d'intérêt restreint. Il s'agit de comparer les répartitions des vitesses dans leur couche limite, qui se développe le long de la plaque de température T_p , donnée : d'une part dans l'air pur, d'autre part dans l'air chargé d'hydrogène.

On suppose connues les répartitions de T et on admet que même dans le deuxième cas, T est fonction uniquement de $y\sqrt{U_0}/x$. Il suffit alors de calculer les quantités $p(y) = \int_0^y \varphi dy$ dans l'air pur et $q(y) = \int_0^y \varphi dy$ dans l'air chargé d'hydrogène.

On montre facilement, en effet, en utilisant la méthode de Chapman et Rubesin [8] qu'à des valeurs y et y' telles que $p(y) = q(y')$ correspondent des valeurs égales de U/U_0 dans l'air pur et U/U_0 dans l'air chargé d'hydrogène, d'où un moyen de passer d'une répartition des vitesses à l'autre.

Les résultats de ce calcul sont en accord avec l'expérience. La figure 11 en montre un exemple.

Conclusion. — Nous pensons avoir montré dans ce chapitre que l'apparition de la combustion en phase homogène, au voisinage de notre plaque, pouvait s'expliquer par un processus purement thermique de la réaction.

Nous avons montré le rôle prépondérant que joue, dans l'équation des concentrations, le terme dû à la diffusion de l'hydrogène.

L'intégration que nous avons proposée conduit à des résultats théoriques parfaitement comparables avec les résultats expérimentaux.

Nous avons vu, en outre, dans quelle mesure notre étude expérimentale pouvait être la base d'une méthode d'évaluation de vitesse de réaction à des températures assez élevées.

CHAPITRE V

Transmission de la chaleur à la paroi.

Nous désignons par : flux transmis à la paroi, le flux $\Phi = P_{\text{ray}} - P_{\text{el}}$, P_{ray} et P_{el} étant respectivement la puissance rayonnée par la plaque et la puissance électrique qui lui est fournie.

Si $P_{\text{el}} = 0$, Φ est le flux de chaleur que l'on aurait pu récupérer au lieu de laisser inutilisée la puissance rayonnée.

Il va de soi que si P_{el} n'est pas nul, il faut retrancher P_{el} de P_{ray} , pour obtenir le flux transmis à la paroi par le fluide en réaction.

Bilans énergétiques globaux. — Expressions des bilans. — Il y a deux manières de concevoir le bilan énergétique des quantités de chaleur échangées entre la plaque, le fluide et l'enceinte extérieure.

1° On écrit :

$$(1 a) \quad P_{\text{el}} + Q_{\text{comb}} = Q_{\text{conv}} + P_{\text{ray}}$$

où Q_{conv} est la quantité de chaleur qu'arracherait à la plaque, par unité de temps, un fluide chimiquement inactif possédant la même conductibilité calorifique que le mélange gazeux air + hydrogène utilisé.

Le bilan (1 a) définit une quantité de chaleur Q_{comb} fournie à la plaque par la combustion.

Si P'_{el} représente la puissance électrique nécessaire pour porter la plaque à la même température $T_{p \text{ moy}}$ que précédemment, lorsqu'on remplace le mélange air + hydrogène par de l'air pur, on peut écrire, aux variations près du coefficient de convection avec la teneur en hydrogène :

$$(1 b) \quad P'_{\text{el}} = Q_{\text{conv}} + P_{\text{ray}}$$

d'où, d'après (1 a) :

$$(1 c) \quad P'_{\text{el}} - P_{\text{el}} = Q_{\text{comb}}.$$

Telle est l'équation sur laquelle repose la méthode de Davies [13]. Celui-ci suppose que la réaction a toujours lieu par catalyse de surface. Dans ce cas, il est évident que Q_{comb} représente réellement la chaleur libérée par la combustion des molécules d'hydrogène sur la paroi, de même que Q_{conv} est la chaleur sensible réellement emportée par le fluide.

2° Connaissant les répartitions de C , T , U , au bord de fuite, on peut :

A) Dénombrer les molécules d'hydrogène qui disparaissent par unité de temps à l'intérieur de la couche limite Δ , des concentrations qui se développent (fig. 26) du bord d'attaque A au bord de fuite F, et, de là, évaluer la quantité de chaleur H_c , libérée par la combustion de ces molécules

B) Déterminer la quantité de chaleur sensible, Q_e , emportée par le fluide, au niveau du bord de fuite, par unité de temps.

Nous désignerons par Q_{e_0} la quantité de chaleur qui pénètre, dans le même temps, dans toute la couche limite thermique δ , et par H_t la différence $Q_e - Q_{e_0}$.

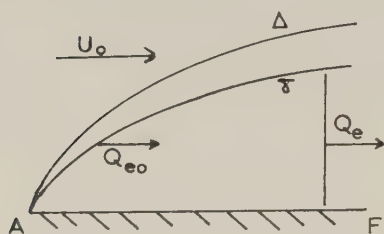


Fig. 26.

$$(1d) \quad P_{el} + 2H_c = 2H_t + P_{ray}$$

le facteur 2, provenant du fait que P_{ray} et P_{el} se rapportent aux deux faces de la plaque.

Dans ce qui suit, nous désignerons par des lettres minuscules p_{el} , h_t , les quantités P_{el} , H_t ramenées à l'unité de surface de la plaque.

Nous ne donnerons pas le calcul des expressions de h_c et h_t à partir des répartitions de C , T et U , la méthode étant suffisamment connue [4] [38], on trouve :

$$h_c = \frac{qn_0}{\rho_0 x} \int_0^\Delta \rho U \left(1 - \frac{C}{C_0}\right) dy \quad \text{et} \quad h_t = \frac{1}{x} \int_0^\delta \rho U (C_p T - C_{p_0} T_0) dy$$

ici $x = 3 \text{ cm}$.

Résultats expérimentaux et interprétation. — Nous avons admis pour ρ et C_p les valeurs de la masse et de la chaleur spécifique de l'air pur, cette dernière étant donnée à toute température par le tableau suivant :

T °C	0	100	200	300	400	500	600	800	1 000
C_p	0,241	0,244	0,249	0,253	0,258	0,264	0,270	0,280	0,285

Ceci n'est pas rigoureux, puisque, en plus de la présence d'hydrogène, la présence de la vapeur d'eau de formation est susceptible de modifier ρ et C_p . Un calcul assez long, que nous ne donnerons pas ici, faute de place, nous a permis de justifier cette approximation, qui n'entraîne que des erreurs de 2 à 3 p. 100 au maximum sur h_c et h_t .

Le facteur total d'émission de la plaque est pris égal à 0,22.

TABLEAU I

C_0 p. 100	U_0 cm/s	x cm	$T_{p\text{ moy}}$ $^{\circ}\text{C}$	p_{ray}	p'_{el}	q_{conv}	q_{comb} cal/cm ²	h_t	h_c	Bilans $h_c = h_t + p_{\text{ray}}$	$\frac{h_t}{T_{p\text{ moy}} - T_0} \sqrt{\frac{z}{U_0}}$	$\frac{h_c}{C_0} \sqrt{\frac{x}{U_0}}$
2,8	670	1,4	500	0,11		0,90	1,01	0,84	1,03	1,05	$8,7 \cdot 10^{-5}$	1,66
2,8	670	3,0	500	0,11		0,62	0,73	0,63	0,70	0,74	$8,7 \cdot 10^{-5}$	1,66
2,8	950	3,0	530	0,12	0,90	0,78	0,90	0,79	0,83	0,91	$8,7 \cdot 10^{-5}$	1,66
2,9	1230	3,0	540	0,13	1,00	0,90	1,00	0,92	0,98	1,05	$8,7 \cdot 10^{-5}$	1,66
4,0	670	1,6	660	0,22		1,05	1,30	1,15	1,40	1,37	$8,9 \cdot 10^{-5}$	1,75
4,0	670	3,0	660	0,22	1,05	0,80	1,05	0,86	1,05	1,08	$8,9 \cdot 10^{-5}$	1,75
6,8	950	3,0	900	0,55	1,97	1,42	1,97	1,36	1,95	1,91	$8,7 \cdot 10^{-5}$	1,60

CAS DE LA COMBUSTION CATALYTIQUE DE SURFACE. — Les résultats sont donnés dans les tableaux I et II. Les résultats du tableau I sont relatifs à des essais effectués sans chauffage électrique auxiliaire ($p_{el} = 0$).

TABLEAU II

Valeurs de $\frac{q_{comb}}{C_0} \sqrt{\frac{x}{U_0}}$ ($U_0 = 7,4 \text{ m/s}$)

$\begin{matrix} T_{p \text{ moy}} \\ C_0 \text{ p. } 100 \end{matrix}$	400	600	700	800
1,2	1,65	1,70	1,80	1,70
2,4		1,70	1,75	1,80
3,1		1,60	1,70	1,75

La quantité q_{comb} est calculée soit à partir de (1 c) soit quand p'_{el} n'a pas été déterminé expérimentalement à partir de (1 a), q_{conv} étant alors calculé à l'aide des résultats du Chapitre Premier.

Les bilans calorifiques $h_c = h_t + p_{ray}$ sont bien bouclés aux erreurs d'expérience près.

On vérifiera que, dans le cas présent, q_{conv} et q_{comb} sont bien identiques respectivement à h_t et h_c .

Dans les deux dernières colonnes du tableau I sont indiquées les valeurs des rapports :

$$\frac{h_c}{C_0} \sqrt{\frac{x}{U_0}} \quad \text{et} \quad \frac{h_t}{T_{p \text{ moy}} - T_0} \times \sqrt{\frac{x}{U_0}}$$

(les unités sont égales à cal, cm, s).

Nous les trouverons constants et respectivement égaux à 1,7 et $8,7 \cdot 10^{-5}$. Cette dernière valeur est voisine de celle trouvée (p. 274) dans le cas de l'air pur.

Sur le tableau II, à double entrée, sont données les valeurs de :

$$\frac{q_{comb}}{C_0} \sqrt{\frac{x}{U_0}}$$

pour différentes valeurs de C_0 et $T_{p \text{ moy}}$. Le tableau résulte de l'application de la méthode de Davies, aux courbes expérimentales de la figure 3. Ici encore, on trouve :

$$\frac{q_{comb}}{C_0} \times \sqrt{\frac{x}{U_0}}$$

constant et voisin de 1,7.

L'expérience donne :

$$\frac{q_{\text{comb}}}{q_{\text{conv}}} = \frac{h_c}{h_t} = 1,9510^4 \frac{C_0}{T_{p \text{ moy}} - T_0} = \frac{2,3 \, qn_0}{C_{p0}(T_{p \text{ moy}} - T_0)}$$

on constatera que la valeur 2,3 est voisine de $\mathfrak{L}^{2/3}$; le nombre de Lewis, $\mathfrak{L}$, est en effet de l'ordre de 3,5. Cela résulte de l'affinité des profils des concentrations $\frac{C}{C_0}$ et des températures réduites $\frac{\theta}{\theta_0}$ (fig. 7), le rapport d'affinité étant égal à 1,5 soit sensiblement $\cong \mathfrak{L}^{1/3}$.

Localement, le flux de chaleur apporté par la combustion est :

$$dh_c = q \left[\frac{1}{M} \frac{\partial C}{\partial y} \right]_{y=0}$$

et le flux emporté par convection :

$$dh_t = - \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = (T_p - T_0) \left[\lambda \frac{\partial \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)}{\partial y} \right]_{y=0}.$$

Le rapport de ces flux est égal à :

$$\frac{dh_c}{dh_t} = \frac{qn_0}{C_{p0}(T_p - T_0)} \times \mathfrak{L} \left[\frac{\frac{\partial \left(\frac{C}{C_0} \right)}{\partial y}}{\frac{\partial \left(\frac{\theta}{\theta_0} \right)}{\partial y}} \right]_{y=0}$$

le terme entre crochets est égal à $\mathfrak{L}^{1/3}$ et :

$$\frac{h_c}{h_t} = \frac{\Sigma dh_c}{\Sigma dh_t} = \mathfrak{L}^{2/3} \frac{qn_0}{C_{p0}(T_{p \text{ moy}} - T_0)}.$$

Nous en déduirons l'expression générale du bilan énergétique :

$$p_{\text{el}} + \mathfrak{L}^{2/3} \frac{qn_0}{C_{p0}} \alpha_m = \alpha_m (T_{p \text{ moy}} - T_0) + p_{\text{ray}}$$

et le flux de chaleur moyen, transmis à la paroi par unité de surface $\varphi_m = p_{\text{ray}} - p_{\text{el}}$ est égal à :

$$(1e) \quad \varphi_m = \alpha_m \left(T_0 + \mathfrak{L}^{2/3} \frac{qn_0}{C_{p0}} - T_{p \text{ moy}} \right)$$

α_m étant le coefficient moyen de convection laminaire.

Tout se passe comme si le fluide était de l'air pur de température au loin : $T_0 = T_0 + \mathfrak{L}^{2/3} \frac{qn_0}{C_{p0}}$, température nettement supérieure à celle $T_0 + \frac{qn_0}{C_{p0}}$, qui résulterait d'une combustion adiabatique des n_0 molécules initiales.

CAS DE LA COMBUSTION EN PHASE FLUIDE. — Les résultats figurent sur le tableau III.

Pour renseigner le lecteur sur l'importance de la réaction en phase fluide, nous indiquerons dans la dernière colonne les valeurs de l'épaisseur l des zones qu'occupe la combustion.

Les bilans effectués dans l'avant-dernière colonne sont bouclés à 20 p. 100 près, ce qui demeure encore dans la limite de la précision de nos expériences.

h_c et h_t ne sont plus respectivement confondus avec q_{comb} et q_{conv} et leur sont supérieurs. Les écarts ne sont pas notables.

En exprimant φ_m sous la forme :

$$(1 f) \quad \varphi_m = \alpha_m \left[T_0 + A \frac{q_{n0}}{C_p \rho_0} - T_{p moy} \right]$$

on trouve A compris entre 1,95 et 2,5, ce qui prouve que par rapport à la combustion de surface, φ_m n'est pas profondément modifié, même lorsque la combustion en phase fluide occupe des zones, dont l'épaisseur est de l'ordre du tiers à la moitié de la couche limite dynamique.

Comparaison de nos résultats avec ceux de Davies [13] [14]. — Les résultats donnés page 312 confirmeront et préciseront les résultats précédents : A , et par conséquent φ_m et q_{comb} , diminue dès que la combustion en phase homogène apparaît.

Lors de ses études relatives à la combustion sur fils fins de platine, Davies a constaté une décroissance, à partir de 1 200°C, des « rate of heating » (ce que nous appelons q_{comb}), ce qui, d'après lui, serait le signe d'une diminution de l'activité catalytique du platineau-dessus de 1 200°C. Cette interprétation, due au fait qu'il n'admet pour la réaction, qu'un processus hétérogène, semble erronée.

Nous imputons cette décroissance à l'influence de la combustion en phase fluide ; et il est bien normal, pour des raisons de dimensions du

catalyseur employé (p. 294), que cette combustion apparaisse à température plus haute dans le cas des fils fins (1 200°C) que dans le cas de nos plaques (de 800° à 900°C).

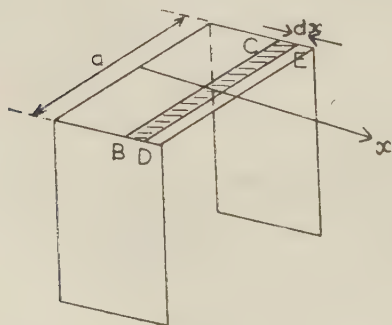


Fig. 27.

Bilans énergétiques locaux.

— Expression du bilan. — Nous effectuons le bilan des transferts de chaleur à un élément de surface adx , de la portion horizontale de la plaque (fig. 27).

TABLEAU III

C_0 p. 100	U_0 cm/s	T_{pmoy} °C	$\xleftarrow{\hspace{1cm}} \text{cal/cm}^2/\text{s} \rightarrow$						l mm
			p_{ray}	p'_{el}	q_{conv}	q_{comb}	h_t	h_c	
								$p_{el} + h_c = p_{ray} + h_t$	
								Bilans	
								$p_{el} + h_c = p_{ray} + h_t$	
2,95	950	990	0,75	1,45	1,25	0,80	1,60	1,05	0,50
3	500	1 100	1,05	1,75	1,35	0,65	1,50	1,00	1,20
4,70	670	960	0,70	0,65	1,25	1,30	1,25	1,40	0,70
5,20	620	1 000	0,75	0,95	1,30	1,10	1,70	1,45	0,90
5,20	950	1 020	0,85	0,90	1,65	1,50	1,90	1,95	0,80
6	950	930	0,60	0,40	1,50	1,70	1,45	1,70	0,10
7,40	950	990	0,80	0,00	1,50	2,30	2,30	3,70	1,00

Ce bilan s'écrit :

$$(2) \quad \frac{1}{2} \frac{V^2 e}{ra^2} + q \left(\frac{Dp}{M} \frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0} = \varepsilon \sigma T_p^4(x) - \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$$

où r : est la résistivité du platine au point x ,

e : épaisseur de la plaque,

$T_p(x)$: Température de la paroi au point x .

Les différents termes du bilan [2] représentent de gauche à droite : la puissance électrique, le flux de chaleur libérée par la combustion des molécules d'hydrogène sur la paroi, le flux de chaleur rayonnée et le flux de chaleur arrachée (ou transmise) à la paroi par le fluide. Nous ne tenons pas compte du flux chaleur véhiculée par conduction dans le platine qui, dans nos expériences, est absolument négligeable.

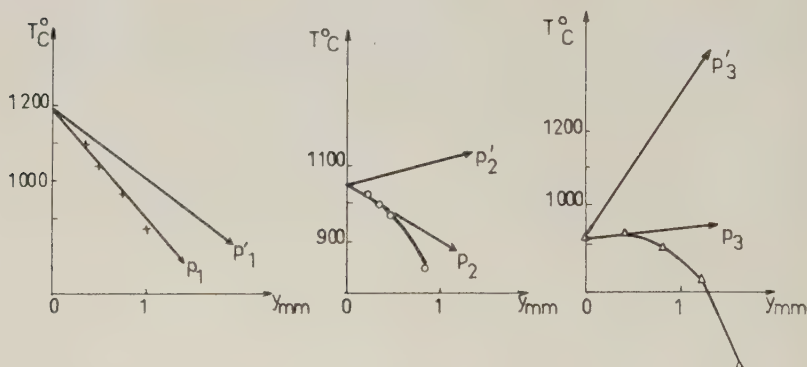


Fig. 28. — Comparaison des gradients de températures près de la paroi :

1° Déduits de l'exploration de la couche-limite thermique (p_1 , p_2 , p_3).

2° Calculés à partir du bilan local des échanges de chaleur à la paroi (p'_1 , p'_2 , p'_3).

+ : $C_0 = 3$ p. 100 ; ○ : $C_0 = 5,2$ p. 100 ; △ : $C_0 = 7,4$ p. 100.
 $U_0 = 5$ m/sec ; $U_0 = 9,5$ m/sec ; $U_0 = 9,5$ m/sec.
 $T_p = 1180^\circ \text{C}$; $T_p = 1050^\circ \text{C}$; $T_p = 910^\circ \text{C}$.

Résultats expérimentaux. — Les bilans sont bouclés à 20 p. 100 près dans le cas de l'air pur, et dans le cas de la combustion de surface.

Par contre dans le cas de la combustion en phase fluide, on constate (fig. 28) un certain désaccord entre les gradients $p = \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0}$ expérimentaux et les mêmes gradients p' calculés à partir de (2).

Les erreurs sont évidemment multiples, mais ne suffisent pas à expliquer des écarts aussi notables que ceux que l'on observe pour l'expérience n° 3. Nous ne pensons pas que cette anomalie puisse être

imputable à un apport de chaleur supplémentaire, à la paroi, par recombinaison ou désactivation sur celle-ci de centres actifs créés lors de la réaction, et diffusant vers la paroi.

Si, en effet, une réaction de ce genre se produisait sur la plaque, elle se produirait de la même façon sur les fils du couple. Il serait alors nécessaire de corriger les températures mesurées par le couple; les droites p s'en trouveraient notablement abaissées, et les bilans seraient tout aussi mal bouclés.

Cette anomalie ressort-elle du domaine de la mécanique des fluides?

Il n'est pas absurde d'envisager un coude brusque, près de la paroi, du profil des températures.

Dans un tout autre domaine (écoulement d'air à grandes vitesses), les expérimentateurs rencontrent, près de la paroi, des coudes de ce genre, très difficilement visibles, dans les répartitions des températures d'arrêt.

Température de régime sans chauffage auxiliaire. — Expérience des plaques. — Après amorçage, par chauffage électrique préalable, la combustion se maintient seule sur la plaque et la porte à une certaine température de régime $T_{p\text{ moy}}$ à condition toutefois que C_0 soit suffisamment grand pour que $T_{p\text{ moy}}$ soit supérieur à 300°C .

U_0 étant maintenu constant, on fait varier C_0 et on note $T_{p\text{ moy}}$.

Comme à la page 308 nous écrivons le flux de chaleur moyen cédé à la paroi, par centimètre carré, sous la forme :

$$\varphi_m = \alpha_m (T'_0 - T_{p\text{ moy}})$$

où :

$$T'_0 = T_0 + A \frac{qn_0}{C_p \rho_0} = T_0 + A \frac{qC_0}{C_p M}$$

est la température que devrait posséder, au loin, de l'air pur, circulant à la même vitesse U_0 pour céder, par convection forcée pure, le même flux à la paroi.

Dans le cas présent $p_{el} = 0$; la combinaison des relations (1 a) et (1 b) donne :

$$T'_0 - T_0 = \frac{Aqn_0}{C_p \rho_0} = (T_{p\text{ moy}} - T_0) \left(1 + \frac{p_{ray}}{q_{conv}} \right)$$

U_0 , C_0 et $T_{p\text{ moy}}$ étant donnés, la relation ci-dessus permet le calcul de T'_0 et A , dont nous allons étudier les variations avec les paramètres.

RÉSULTATS DANS LE CAS DE LA COMBUSTION DE SURFACE. — Pour les températures $T_{p\text{ moy}}$ inférieures à 800°C , le calcul de $T'_0 - T_0 / C_0$

montre (fig. 29) que ce rapport est indépendant de U_0 , C_0 et $T_{p\text{ moy}}$. Il est de 190° à 200°C par 1 p. 100 d'hydrogène, valeur qui concorde avec celle donnée par Buben.

On en déduit :

$$A = 2,3 \quad \text{soit} \quad A \cong L^{2/3};$$

c'est là une parfaite confirmation de ce que nous avons trouvé page 307.

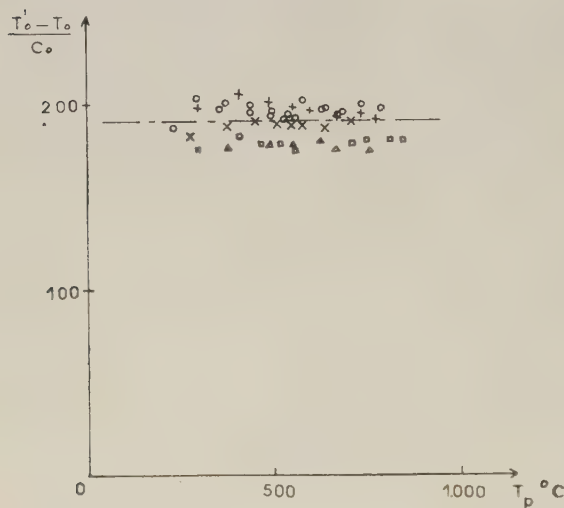


Fig. 29.

- + $U_0 = 16$ m/sec ;
- $U_0 = 7$ m/sec ;
- × $U_0 = 7$ m/sec ;
- △ $U_0 = 14,8$ m/sec.
- $U_0 = 19,5$ m/sec.

RÉSULTATS DANS LE CAS DE LA COMBUSTION EN PHASE FLUIDE. — La figure 30 montre que, pour une vitesse U_0 donnée, le rapport $T'_0 - T_0 / C_0$

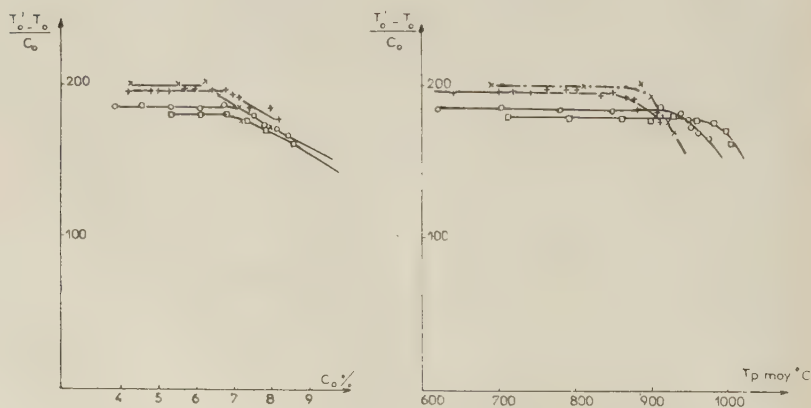


Fig. 30.

- + $U_0 = 4$ m/sec ;
- $U_0 = 9,3$ m/sec ;
- × $U_0 = 9,5$ m/sec.
- $U_0 = 14,6$ m/sec.

décroît assez brusquement au-dessus d'une certaine température $T_{p\text{ moy}} = T_1$, à laquelle correspond la concentration $C_0 = C_1$. Une grande partie du fluide sort alors extrêmement chaud de la veine. Il se produit un ronflement dans la veine.

L'exploration des couches limites nous a montré alors que le point (C_l, T_l) correspond à l'apparition de la combustion en phase homogène.

Nous remarquerons, comme nous l'avons déjà indiqué (p. 308), que, comparativement au cas d'une combustion de surface, la valeur de A , d'où de T'_0 et φ_m , n'est pas notablement diminuée (10 p. 100) par la présence d'une combustion en phase fluide, même lorsque celle-ci occupe des zones, dont l'épaisseur est de l'ordre de la moitié de la couche limite dynamique.

C_0 augmentant, la combustion va envahir une zone croissante et on peut envisager le cas limite où la combustion est pratiquement complète aux environs immédiats du bord d'attaque.

Nous considérons alors le fluide, comme une flamme de température T_f voisine de :

$$T_0 + \frac{qC_0}{C_p M} \quad \text{soit} \quad T_f = T_0 + C_0 \times 83^\circ \text{ C.}$$

Il semble donc que $T'_0 - T_0/C_0$ doive tendre, quand C_0 augmente, vers la valeur 83° C par 1 p. 100 d'hydrogène.

Par crainte du danger d'explosion, nous n'avons pas osé pousser C_0 au-delà de 8,5 p. 100. Nous avons alors conçu un dispositif expérimental de dimensions très réduites, et nous y avons effectué des expériences analogues, dont les résultats sont donnés page suivante.

Expériences des tubes. — DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL. — L'air chargé d'hydrogène circule à l'intérieur d'un petit tube de platine de 5 cm de longueur, de 8 mm de diamètre et de 0,05 mm d'épaisseur de paroi.

Ce tube est situé en bout d'une canalisation en quartz de même diamètre.

Au milieu du tube de platine, sur sa surface externe, est appliquée la soudure d'un couple $Pt/Pt-Rh$, dont les fils (0,1 mm de diamètre), sont reliés à un potentiomètre enregistreur. Le tube est alors légèrement calorifugé extérieurement.

Deux venturi mesurent respectivement les débits φ_h et φ_m de l'hydrogène et du mélange air + hydrogène, d'où $C_0 = \varphi_h/\varphi_m$ et la vitesse moyenne U_m du fluide dans le tube de quartz.

La combustion étant amorcée au préalable par chauffage du tube de platine à l'aide de la flamme d'un Bunsen, on maintient φ_m constant et on note pour chaque valeur de C_0 la f. e m. du couple enregistrée sur le potentiomètre lorsque celle-ci demeure stationnaire.

RÉSULTATS. — Ils sont donnés sur la figure 31.

Comme pour les plaques, la température T_p du tube croît d'abord régulièrement avec C_0 , puis à partir d'une certaine température $T_p = T_1$, correspondant à $C_0 = C_1$, la courbe change d'allure et présente un palier.

Les concentrations n'ont pu être poussées au-dessus d'une certaine limite (par exemple $C_0 = 14$ p. 100 pour $U_m = 6,6$ m/s), par suite d'explosion, ou de propagation, à contre-courant, de la combustion dans

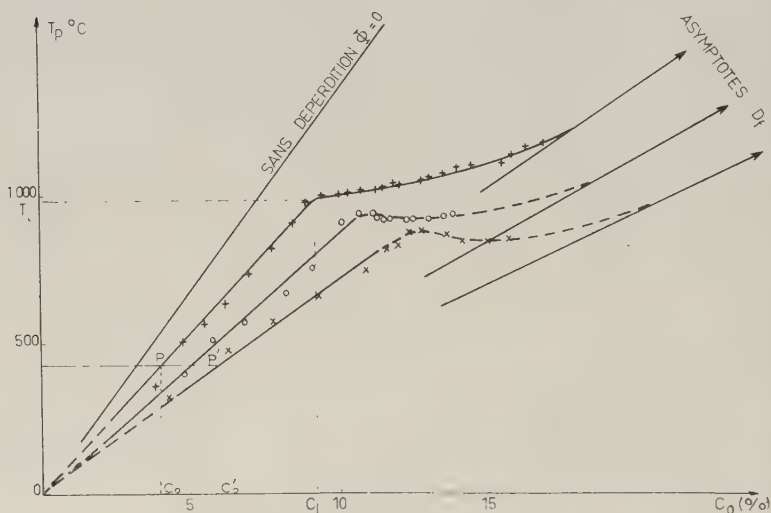


Fig. 31. — Température de régime du tube chauffé par la combustion seule.

+ $Q_m = 3\,000$ litres/heure ; $U_m = 16,6$ m/sec ; $RU_md = 9\,000$.

O $Q_m = 1\,200$ litres/heure ; $U_m = 6,6$ m/sec ; $RU_md = 3\,600$.

x $Q_m = 460$ litres/heure ; $U_m = 2,6$ m/sec ; $RU_md = 1\,400$.

le tube de quartz, ce qui se traduit par une décroissance continuelle de la force électro-motrice du couple ; il n'y a pas alors de température stationnaire.

INTERPRÉTATION ET CALCUL THÉORIQUE. — Nous nous proposons de vérifier l'interprétation suivante des résultats :

A) Le tube est d'abord chauffé par combustion de l'hydrogène sur la surface interne du tube.

Dans le cas des plaques nous avons écrit :

$$q_{\text{conv}} = \alpha_m \cdot (T_p - T_0) \quad \text{et} \quad q_{\text{comb}} = \alpha_m \mathcal{L}^{2/3} \times \frac{qn_0}{C_p \rho_0}$$

α_m étant proportionnel à $\sqrt{U_0}$.

Le régime étant ici turbulent, nous écrirons :

$$(3a) \quad q_{\text{conv}} = B' U_m^{0,8} (T_p - T_0) \quad \text{et} \quad q_{\text{comb}} = B' U_m^{0,8} \times \frac{q n_0}{C_p \rho_0} \times A'$$

où B' est une constante indépendante de T_p et de U_m et A' une constante qui ne dépend que du nombre de Lewis.

En raison de l'analogie des phénomènes de convection et de diffusion, nous déduirons la valeur de A' des résultats de la théorie de G. Ribaud [40] sur l'influence du nombre de Prandtl dans le phénomène de convection forcée turbulente, c'est-à-dire que nous poserons :

$$(3b) \quad A' = \frac{1}{1 + 0,75(\text{Le}^{-2/3} - 1)} \quad \text{soit ici :} \quad A' \cong 1,7.$$

Dans ces dernières expériences le régime thermique et le régime de diffusion commencent en même temps, mais bien après le régime dynamique. Il s'ensuit que les valeurs de B' sont les mêmes dans les deux expressions de (3a), mais qu'elles diffèrent de la valeur classique, qui correspond au départ simultané des trois régimes.

Enfin, nous admettrons que le flux Φ , de chaleur cédé au milieu extérieur, par la paroi externe du tube (convection naturelle et rayonnement) est proportionnel à l'écart $T_p - T_0$.

$$(3c) \quad \Phi = K(T_p - T_0).$$

De l'expression du bilan : $Q_{\text{comb}} = Q_{\text{conv}} + \Phi$, et des relations (3a) (3c), on déduit :

$$(3d) \quad T_p - T_0 = A' \frac{B' U_m^{0,8}}{K + B' U_m^{0,8}} \times \frac{q n_0}{C_p \rho_0}.$$

Ainsi, U_m étant donné, T_p croît linéairement avec C_0 (rappelons que $C_0 = M \cdot n_0 / \rho_0$), ce qui, aux erreurs d'expériences près, s'accorde avec les résultats.

Coupons deux de ces droites (fig. 31), correspondant à deux vitesses U_m et U'_m , par une horizontale, et appliquons la relation (3d) aux points d'intersection P et P'. On obtient par élimination de K :

$$(3e) \quad \frac{q A'}{C_p M} = (T_p - T_0) \frac{U_m^{0,8} - U'^{0,8}_m}{C_0 U_m^{0,8} - C_0 U'^{0,8}_m}.$$

Prenant la vitesse $U_m = 16,6$ m/s comme vitesse de référence, nous avons calculé le rapport $A'q/C_p M$ à partir des résultats donnés sur la figure 31. On obtient le tableau V. On en déduit que A' est constant, aux erreurs d'expériences près, et égal à 1,6, valeur voisine de la valeur théorique (3b).

TABLEAU V

U cm/s	C ₀ °C	$\frac{C'_0 U_0^{0,8} - C_0 U_0^{0,8}}{U_0^{0,8} - U_0^{0,8}}$	T _p - T ₀ °C	$\frac{A'q}{C_p M}$
260 660 I 660	8 6,5 5,25	4,45 4,15	53°	120 130
260 660 I 660	10 8,3 6,6	5,6 5	68°	120 135
260 660 I 660	11,4 9,5 7,5	6,35 5,05	78°	125 138
260 660 I 660	12,3 9,8 8	6,75 6,3	83°	125 132

B) Pour une température T₁, variable avec U₀, la combustion en phase fluide apparaît et on peut envisager que pour une valeur C₀ = C_f la combustion occupe pratiquement tout le volume intérieur du tube de platine et est complète aux environs immédiats du bord d'attaque.

Dans ce cas limite, le flux de chaleur cédé à la paroi est :

$$(3f) \quad q_{\text{conv}} = B' U_m^{0,8} (T_f - T_p)$$

où :

$$T_f = T_0 + \frac{q C_f}{C_p M}$$

ce flux compense exactement le flux Φ ; on en déduit :

$$(3g) \quad T_p - T_0 = \frac{B' U_m^{0,8}}{K + B' U_m^{0,8}} \times \frac{q C_f}{C_p M}$$

telle est l'équation des asymptotes D_f (fig. 31), droites dont la pente est A', soit 1,6 fois plus faible que celle des droites d'équation (3 d). Il semble bien que les courbes expérimentales tendent asymptotiquement vers ces droites D_f.

Conclusion. — Ce chapitre nous a permis de montrer que, dans le cas d'une combustion de surface, le flux transmis à la paroi est donné par l'expression :

$$\varphi = \alpha \left(T_0 + A \frac{qn_0}{C_p \rho_0} - T_p \right)$$

(α = coefficient de convection), A est égal à $\mathcal{L}^{2/3}$ en régime laminaire et $1/[1 + 0,75(\mathcal{L}^{2/3} - 1)]$ en régime turbulent.

Par conséquent, si $\mathcal{L}$ est grand, φ est nettement supérieur au flux $\varphi' = \alpha(T_c - T_p)$ que transmettrait un fluide chimiquement inactif ayant pour température au loin la température théorique de combustion $T_c = T_0 + qn_0/C_p \rho_0$ (en admettant que l'autocombustion soit possible).

Sous une autre forme on peut dire que, localement, le rendement r défini comme rapport du flux transmis et de la chaleur libérée par la combustion des molécules combustibles sur la paroi est égal à $r = 1 - \mathcal{L}^{-2/3}[(T_p - T_0)/(T_c - T_0)]$, d'où l'avantage, à ce point de vue, de faire véhiculer l'énergie chimique par des molécules « actives » possédant un grand coefficient de diffusion dans leur support.

A décroît lorsque la combustion en phase homogène apparaît et tend asymptotiquement vers 1 au fur et à mesure que la combustion se propage dans le fluide.

CHAPITRE VI

Cas d'une combustion se propageant à l'infini.

Ici les conditions au loin évoluent avec la distance x au bord d'attaque.

Nous nous plaçons dans le cas simple d'une réaction unique et d'une concentration en combustible peu importante.

Dans ces conditions, les conditions des équations sont celles données au chapitre IV.

Notations. — Nous désignons par T_w , C_w les valeurs de T et C à la paroi, T_0 , C_0 les valeurs de T et C au loin, et par T_{oi} , C_{oi} les valeurs de T_0 et C_0 au niveau du bord d'attaque de la plaque.

Enfin T_∞ est la température théorique de combustion.

Le flux de chaleur transmis à la paroi s'écrit :

$$\varphi = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} + q \left[D_p \frac{\partial C}{\partial y} \right]_{y=0}$$

que la paroi soit catalytique ou non, puisque dans ce dernier cas il n'y a aucun flux d'absorption à la paroi et $\left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0}$ est nul.

Si l'on suppose $\mathcal{L}$ et P , égaux à l'unité, on montre facilement en suivant le même processus de calcul que G. Ribaud. [37] que :

$$\varphi = \alpha \left(T_{\infty} - T_w + \frac{qC_w}{MC_p} \right).$$

Les filets fluides sont freinés au voisinage de la paroi, et il va de soi que si T_w est assez élevé, C_w est nul pour des parcours x suffisants et $\varphi = \alpha(T_{\infty} - T_w)$. Telle est la limite calculée par G. Ribaud.

Rocard et Véron [42], négligeant la diffusion, ont donné une expression de φ , où apparaît un terme supplémentaire, non négligeable, qui ne doit pas exister.

A l'opposé, si la paroi est froide, la réaction est trempée, près de la paroi, dans une certaine zone z_t , et il ne semble pas impossible que C_w soit supérieur à C_0 . Des molécules combustibles diffuseraient de z_t vers les régions atteintes par la combustion, et si z_t est importante, C_w restera voisin de C_{oi} , si x n'est pas trop notable et φ sera voisin de $\varphi = \alpha_i(T_{oi} - T_w)$.

Enfin dans le cas d'une réaction s'effectuant en surface, du moins en partie, il semble d'après nos résultats expérimentaux que φ puisse être supérieur à $\alpha(T_{\infty} - T_w)$ si les molécules actives possèdent un grand coefficient de diffusion dans leur support.

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'étude de la transmission de la chaleur à un corps placé au sein d'un fluide en mouvement, siège de réaction chimique, est apparemment très complexe ; aussi l'avons nous abordé, par le dispositif expérimental utilisé, dans un cas particulier où, notamment, les conditions aux limites sont simplifiées.

Dans l'étude de la couche limite, qui se développe le long de notre plaque de platine, nous avons d'abord rencontré le cas d'une combustion de surface uniquement (III). Les résultats sont alors simples puisqu'il s'agit de la superposition des deux phénomènes de convection et diffusion laminaire pures.

Puis, pour des températures de paroi plus élevées, la combustion gagne le fluide avoisinant la paroi (IV). La variable $y\sqrt{U_0/x}$ joue encore ici un rôle privilégié, mais les profils $C/C_0(y\sqrt{U_0/x})$ présentent entre eux des décalages qui sont fonction de la température de paroi, de la vitesse du fluide au loin et de la distance au bord d'attaque.

Nous avons montré le rôle prépondérant de la diffusion dans les régions atteintes par la combustion, et nous avons vu dans quelle

mesure notre étude expérimentale pouvait constituer une méthode d'évaluation des vitesses de réaction, dans un domaine de température où les mesures sont inexistantes.

Nous espérons avoir montré que la combustion en phase homogène, près de notre plaque, pouvait s'expliquer par un processus purement thermique de la réaction.

Nous pensons que l'exploration de couche limite est sûrement le moyen le plus sûr et le plus direct d'étude de réaction aux voisinages de paroi.

Du point de vue de la transmission de la chaleur à la paroi (V et VI), l'expérience montre que, si les molécules combustibles possèdent un grand coefficient de diffusion dans leur support, le flux transmis pouvait être supérieur au flux que transmettrait le fluide, si la combustion était achevée juste avant d'aborder la plaque (en admettant, ce qui n'est pas le cas dans la majorité de nos expériences, que l'autocombustion du mélange soit possible).

CALCULS ANNEXES

ANNEXE I

Intégration des équations du mouvement et de l'enthalpie
(cas d'un fluide inerte).

Nous supposons le nombre de Prandtl égal à l'unité.

Les équations du mouvement et de l'enthalpie sont alors identiques et nous pouvons écrire :

$$(1) \quad \frac{T_p - T}{T_p - T_0} = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{U}{U_0}.$$

En effectuant la transformation de von Mises, et en utilisant l'hypothèse de Chapman et Rubesin, on transforme l'équation du mouvement en l'équation :

$$(2) \quad \frac{\partial U^*}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \psi^*} \left(U^* \frac{\partial U^*}{\partial \psi^*} \right)$$

où :

$$\psi^* = \frac{\psi}{\sqrt{\nu_0 U_0}} \quad \text{et} \quad U^* = \frac{U}{U_0}$$

ψ étant la fonction de courant.

Cette équation se ramène à l'équation de Blasius :

$$(3) \quad f f'' + f''' = 0$$

en posant :

$$(4) \quad U^* = \frac{1}{2} f'(\eta) \quad \text{et} \quad f(\eta) = \frac{\psi^*}{\sqrt{x}}.$$

Les conditions aux limites sont :

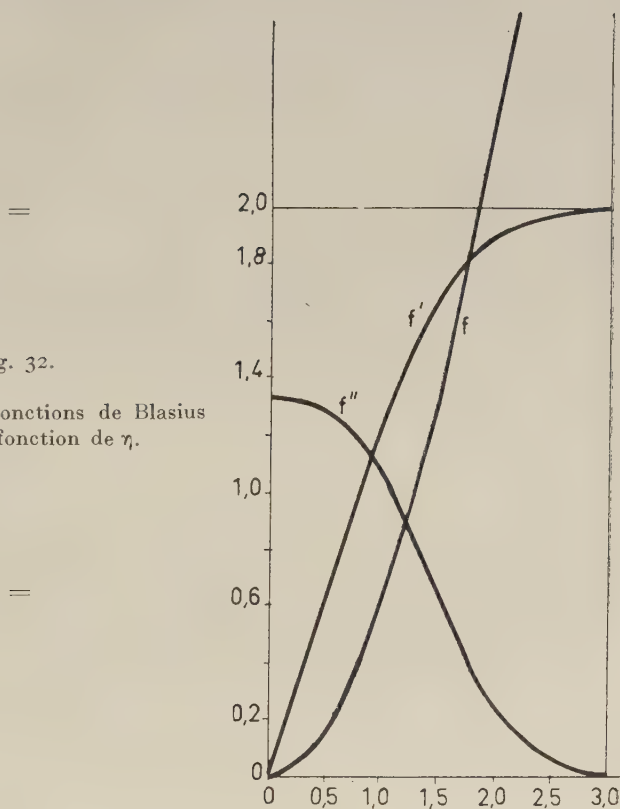
$$f'(\infty) = 2 \quad \text{et} \quad f'(0) = f(0) = 0.$$

Les fonctions de Blasius $f(\eta)$, $f'(\eta)$ et $f''(\eta)$ étant connues (fig. 32), U est déterminé en fonction de ψ^* par l'intermédiaire de η .

Ensuite, par les équations de définition de ψ on passe de y à ψ^* ; en un point x donné, on a :

$$(5) \quad y = \int_0^\eta \frac{\eta \rho_0}{\rho} \frac{d\psi}{U}$$

Fig. 32.
Variation des fonctions de Blasius
 f, f', f'' en fonction de η .



dont l'intégration, compte tenu des relations (1) et (4) donne :

$$(6) \quad y = \sqrt{\frac{v_0 \times b}{U_0}} \left[2 \frac{T_p}{T_0} \eta - \frac{T_p - T_0}{T_0} f(\eta) \right]$$

U est donné en fonction de y par les équations paramétriques (4) et (6).

ANNEXE II

**Intégration de l'équation des concentrations
en négligeant le terme dû à la diffusion.**

Nous nous proposons d'intégrer l'équation :

$$(1) \quad U \frac{\partial C}{\partial x} = k C e^{-E/RT}.$$

1° Nous ferons les mêmes hypothèses qu'à la page 293 du chapitre IV à savoir :

C_0 très faible ; répartition des températures admise identique à celle dans l'air pur ; répartitions de U/U_0 et θ/θ_0 supposées rectilignes près de la paroi. De plus pour simplifier les calculs, nous admettrons que le nombre d de Prandtl est égal à l'unité.

Dans ces conditions nous avons vu (chap. IV p. 294) que, près de la paroi, on peut écrire :

$$(2) \quad k e^{-E/RT} = K e^{-Ly \sqrt{\frac{U_0}{x}}}$$

où :

$$K = k e^{-E/RT_p} \quad \text{et} \quad Ly \sqrt{\frac{U_0}{x}} = \frac{E}{RT_p} \times \frac{T_p - T}{T_p}$$

L est une constante indépendante de U_0 , x et y (par exemple : si on admet pour θ/θ_0 et U/U_0 une répartition de Blasius, soit près de la paroi $\theta/\theta_0 = (y \sqrt{U_0})/3 \sqrt{\nu x}$ L est égal à : $E(T_p - T_0)/3RT_p^2 \sqrt{\nu}$.

Posant $Z = \frac{x}{L^2 y^2 U_0}$, l'équation (2) du chapitre IV :

$$(3) \quad \frac{dC}{C} = -A y^2 \sqrt{Z} e^{-1/\sqrt{Z}} dZ$$

où :

$$A = \frac{KL^2 E (T_p - T_0)}{RT_p^2}$$

ne dépend pas de x , y et U_0 , y étant considéré comme un paramètre,

l'intégration de l'équation (3), donne en tenant compte de la condition à la limite : $x = 0$, $C = C_0$:

$$(4) \quad \frac{C}{C_0} = e^{-Ay^2\Phi(Z)} \quad \text{où} \quad \Phi(Z) = \int_0^Z \sqrt{\bar{Z}} e^{-1/\sqrt{\bar{Z}}} d\bar{Z}.$$

Ainsi lorsqu'on s'est fixé des valeurs pour E , k , T_p , U_0 et x , à une valeur de y correspond une valeur de Z d'où $\Phi(Z)$ et C/C_0 est déterminé.

On trouvera un exemple de courbe intégrale ainsi calculée sur la figure 17 du chapitre IV.

2° L'intégration de l'équation (1) peut être effectuée lorsque C_0 n'est pas faible à condition de supposer le nombre de Lewis égal à l'unité.

En effet, en tenant compte des conditions aux limites, la relation (1f) établie au chapitre IV peut s'écrire :

$$(5) \quad \frac{C}{C_0} = \tau \frac{\theta}{\theta_0} + (1 - \tau) \cdot \frac{U}{U_0}$$

en posant :

$$\tau = \frac{\rho_0 C_p (T_p - T_0)}{qn_0}.$$

A condition de supposer toujours que près de la paroi le profil des vitesses est rectiligne, les calculs se conduisent comme précédemment. Par exemple, en supposant un profil de Blasius :

$$U/U_0 = (y\sqrt{U_0})/(3\sqrt{vx}),$$

pour les vitesses, l'équation (2) (chapitre IV) se transforme en une équation différentielle à variables séparées dont l'intégration se ramène à des quadratures, soit :

$$\int_{\frac{s}{\tau}}^W \frac{e^W dW}{W} = -By^2 \int_0^Z \sqrt{\bar{Z}} e^{-1/\sqrt{\bar{Z}}} d\bar{Z}$$

où :

$$W = \frac{s}{\tau} \times \frac{C}{C_0}, \quad B = \frac{Ks^3}{9\nu} \times \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)^3,$$

$$Z = \frac{9\nu \cdot \tau^2}{s^2(\tau - 1)^2 y^2 U_0} \times x, \quad s = \frac{E}{RT_p} \cdot \frac{T_p - T_0}{T_p}.$$

La figure 18 du chapitre IV montre une courbe intégrale ainsi calculée.

ANNEXE III

Intégration de l'équation.

$$D \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} = kCe^{-E/RT}. \quad (1)$$

Nous faisons toujours les mêmes hypothèses qu'à la page 293 du chapitre IV.

Nous avons vu (chap. IV, p. 296) que l'équation (1) se transforme en l'équation de Bessel :

$$\frac{d}{d\chi} \left(\chi \frac{dC}{d\chi} \right) - C = 0 \quad (2)$$

en posant :

$$\chi = \frac{Kx}{DL^2U_0} e^{-Ly} \sqrt{\frac{U_0}{x}}. \quad (3)$$

La solution de l'équation (2) se présente sous forme de séries peu maniables. Nous avons préféré intégrer graphiquement.

Le principe est le suivant :

L'équation (2) étant linéaire, nous cherchons une intégrale particulière $g(\chi)$, que nous trouvons être la série :

$$g = 1 + \sum \frac{\chi^n}{(n!)^2}. \quad (4)$$

Posant alors $C = g\varphi$, nous obtenons l'équation de φ :

$$\frac{\varphi''}{\varphi'} + 2 \frac{g'}{g} + \frac{1}{\chi} = 0 \quad (5)$$

qui, intégrée, donne :

$$\varphi = A \int \frac{d\chi}{g^2\chi} + B \quad (6)$$

d'où :

$$C = Ag(\chi) \int \frac{d\chi}{g^2\chi} + Bg(\chi). \quad (7)$$

Les constantes d'intégration A et B se déterminent par les conditions aux limites :

1° $C = 0$ lorsque $y = 0$, c'est-à-dire lorsque :

$$\chi = \chi_p = \frac{Kx}{DL^2U_0}.$$

Ceci détermine B et on trouve :

$$C = Ag(\chi) \int_{\chi}^{\chi_p} \frac{d\chi}{g^2\chi}. \quad (8)$$

2° Nous avons vu d'autre part (chap. IV, p. 295) que, si $\frac{Kx}{U_0}$, c'est-à-dire χ_p , est très faible, le profil $\frac{C}{C_0} \left(y \sqrt{\frac{U_0}{x}} \right)$ est un profil de diffusion, soit, d'après les résultats du chapitre III et avec les hypothèses admises :

$$\frac{C}{C_0} = \mathfrak{L}^{-1/3} \frac{\theta}{\theta_0}. \quad (9)$$

Or, lorsque χ est faible, $g(\chi)$ reste infiniment voisin de l'unité et :

$$C = A \operatorname{Log} \frac{\chi_p}{\chi},$$

soit d'après (3) :

$$C = A Ly \sqrt{\frac{U_0}{x}}. \quad (10)$$

La comparaison de (9) et (10) donne immédiatement :

$$A = \frac{C_0 \mathfrak{L}^{-1/3}}{s}$$

en posant :

$$s = \frac{E(T_p - T_0)}{RT_p^2}.$$

Calculs et intégration :

Après avoir calculé g et $\frac{1}{g^2\chi}$ pour différentes valeurs de χ nous portons en coordonnées logarithmiques $\frac{1}{g^2\chi}$ en fonction de χ .

La courbe obtenue est remplacée par une série de droites, c'est-à-dire que nous remplaçons $\frac{1}{g^2\chi}$ par des expressions de la forme $B\chi^{-m}$, valables chacune dans un domaine (χ_i, χ_j) donné.

On calcule ensuite C en remplaçant $\frac{1}{g^2\chi}$ par les expressions $B\chi^{-m}$.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de $\frac{C}{A}$ en fonction de χ , χ_p étant arbitrairement fixé à $\chi_p = 50$.

D'autre part, on passe facilement de χ à y par la relation (3) qui peut s'écrire :

$$\operatorname{Log} \frac{\chi_p}{\chi} = Ly \sqrt{\frac{U_0}{x}}. \quad (11)$$

Les équations paramétriques (8) et (11) nous ont donné les courbes de la figure 19, ou, sous une autre forme, de la figure 20.

REMARQUE 1. — Le tableau ci-dessous a été calculé pour $\chi_p = 50$. Il est possible, à partir des valeurs indiquées dans ce tableau, de passer

par la relation (12) à une courbe correspondant à une autre valeur de χ_p , soit χ'_p .

En effet, si C et C' d'une part, $Ly\sqrt{\frac{\bar{U}_0}{x}}$ et $(Ly\sqrt{\frac{\bar{U}_0}{x}})'$ d'autre part, sont les coordonnées correspondant à une même valeur de χ , on a :

$$\left. \begin{aligned} \frac{C' - C}{A} &= g(\chi) \int_{\chi_p}^{\chi'_p} \frac{d\chi}{g^2 \chi} \\ (Ly\sqrt{\frac{\bar{U}_0}{x}})' - Ly\sqrt{\frac{\bar{U}_0}{x}} &= \text{Log} \frac{\chi'_p}{\chi_p} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

On remarque en particulier que, si χ_p et χ'_p sont supérieurs à 3,5, $C' - C$ est très faible. Dans ces conditions, les courbes de la figure 19 se déduisent l'une de l'autre par translation, suivant l'axe des abscisses d'une longueur :

$$\Delta(Ly\sqrt{\frac{\bar{U}_0}{x}}) = \text{Log} \frac{\chi'_p}{\chi_p}.$$

REMARQUE 2. — Pour une température de paroi, et une valeur de E, données, L est déterminé, lorsque l'on s'est fixé l'équation du profil $\frac{\theta}{\theta_0}$ dans l'air pur. On peut utiliser l'équation de Blasius.

Il est préférable d'employer les résultats expérimentaux du chapitre premier, relatifs aux profils de $\frac{\theta}{\theta_0}$ dans l'air pur.

La courbe théorique de la figure 22 a été obtenue de cette façon.

TABLEAU VI

χ	$\frac{C}{A}$
50	0
10	$1,45 \cdot 10^{-3}$
3,15	$3,05 \cdot 10^{-2}$
1	0,21

χ	$\frac{C}{A}$
0,315	0,67
0,1	1,44
0,01	3,45
0,001	5,75

LISTE DES PRINCIPAUX SYMBOLES UTILISÉS

Les indices o et p signifient respectivement : au loin et à la paroi.

x : distance au bord d'attaque ;

y : distance à la paroi ;

Les quantités ci-dessous sont relatives au point (x, y) :

U : vitesse horizontale du fluide ;

V : vitesse verticale du fluide ;

T : température du fluide ;

$\theta = \frac{T_p - T}{T_p - T_0}$: température réduite ;

ρ : masse spécifique du fluide ;

n : nombre de molécules du combustible par unité de volume ;

N : nombre de molécules du mélange par unité de volume ;

$C = \frac{n}{N}$: concentration en gaz combustible ;

M : masse molaire du mélange ;

On montre facilement que :

$$n = \frac{C\rho}{M} ;$$

c_p : chaleur spécifique à pression constante du fluide ;

λ : conductibilité calorifique du fluide ;

μ : viscosité du fluide ;

D : coefficient de diffusion du gaz combustible dans le mélange ;

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$, viscosité cinématique du fluide ;

$a = \frac{\lambda}{\rho c_p}$, diffusivité thermique du fluide ;

$P_r = c_p \mu / \lambda$, nombre de Prandtl ;

$\mathfrak{L} = \frac{D\rho C_p}{\lambda}$, nombre de Lewis ;

δ : épaisseur de la couche limite thermique ;

Δ : épaisseur de la couche limite des concentrations.

(Laboratoire des Échanges Thermiques C. N. R. S.,
1, place Aristide-Briand, Bellevue, S.-et-O.).

BIBLIOGRAPHIE

- (1) ACRIVOS (A.). — *Engng. Chemistry* (non publié).
- (2) BLUE (R. E.). — *N. A. C. A.-T. N.*, 1950, 2110.
- (3) BROMBERG (R.). — *J. Aeronaut. Sci. U. S. A.*, 1956, **23**, n° 10, 976-977.
- (4) BRUN (E.). — *Introduction à l'étude de la couche limite*. Gauthier-Villars, 1955.

- (5) BRUN et PLAN. — *Journal de recherches du C. N. R. S.*, 1952, n° 18.
- (6) BUBEN. — *Zhur. Fiz. Khim.*, 1945, **19**, 250.
- (7) BUBEN. — *Sbornik Rabot Po Fizi Cherkoi Khimii* (suppl. vol. *Zhur Fiz Khim.*, 1946), 1947, 148-154.
- (8) BUSSIÈRE, DOMANSKY, EYRAUD et PRETTRE. — *C. R. Ac. Sci.*, 1956, **243**, 1870-1872.
- (9) CHAPMAN et COWLING. — *Mathematical Theory of Nonuniform Gases*. Cambridge, England, The University Press.
- (10) CHAPMAN et RUBESIN. — *Journ. Aeron. Sci.*, septembre 1949, **16**, n° 9.
- (11) CHAMBRE et YOUNG. — *Phys. fluids*, 1958, **1**, n° 1, 48-54.
- (12) COWARD et GUEST. — *Journ. Amer. Chem. Soc.*, 1927, **43**, 2379.
- (13) DAVIES. — *Phil. Mag.*, 1934, **17**, 233.
- (14) DAVIES. — *Phil. Mag.*, 1935, [7], vol. **19**, n° 126, suppl. F. E. B., 309.
- (15) DEVORE, EYRAUD et PRETTRE. — *C. R. Ac. Sci.*, février 1958, **246**, 1227-1230.
- (16) DEVORE, EYRAUD et PRETTRE. — *C. R. Ac. Sci.*, Avril 1959, **248**, 2345-2347.
- (17) FENN et CALCOTTE. — *Fourth Symposium on combustion*. Baltimore, 1953, 231.
- (18) FRANK-KAMENETSKII. — *Duffusion and Heat Exchange in chemical Kinetics*. Princeton University Press, 1955.
- (19) GOULARD (R.). — *Jet Propulsion U. S. A.*, 1958, **28**, n° 11, 737-748.
- (20) GRUSS et SCHMICK. — *Wiss. Veroffentl. Siemens Konzern*, 1928, **7**, 202-224.
- (21) HIGGINS et PAPPAS. — *N. A. C. A.-T. N.*, Avril 1951, 2351.
- (22) HINSHELWOOD. — *Proc. Roy. Soc.*, 1946, **A**, 188.
- (23) IBBST et HIRST. — *Proc. Roy. Soc.*, 1929, **A** 123, 134-142.
- (24) KARMAN. — *Selected Combustion Problems*. — H. Agard, 1956, 167-183.
- (25) KENNARD. — *Kinetic Theory of Gases*. McGraw Hill Book Company, 1938.
- (26) KISSEL. — Comité d'études sur le rayonnement des flammes, décembre 1953, doc. E21/F/12.
- (27) LAFITTE et PRETTRE. — *C. R. Ac. Sci.*, 1928, **187**, 763.
- (28) LANGMUIR. — *Trans. Farad. Soc.*, 1922, **17**, 621.
- (29) LEES (L.). — *Jet Propulsion U. S. A.*, avril 1956, **26**, 259-269.
- (30) LEWIS et VON ELBE. — *Combustion, flames and explosion of gases*. Academic Press, New-York, 1951, 27.
- (31) LINDSAY et BROMLEY. — *Indust. and Engin. Chem.*, août 1950, **42**, n° 8.
- (32) PLAN. — *Thèse*, mars 1956. Faculté des Sciences de Paris.
- (33) POLIAKOV. — *U. S. P.-Khim.*, 1948, **17**, 351.
- (34) PRETTRE. — *Thèse*, 1931. Faculté des Sciences de Paris.
- (35) PRETTRE. — *C. R. Ac. Sci.*, avril 1935, **200**, 1321.
- (36) PRETTRE. — *C. R. Ac. Sci.*, 1935, **201**, 728.
- (37) RIBAUD. — *C. R. Ac. Sci.*, janvier 1955, **240**, n° 1, 25-28.
- (38) RIBAUD. — *Mémor. des Sci. Phys.*, fasc. 40.
- (39) RIBAUD. — *Mémor. des Sci. Phys.*, fasc. 40. Gauthier-Villars, 1939.

- (40) RIBAUD et BRÛN. — *Mémor. des Sci. Phys.*, fasc. 46. Gauthier-Villars, 1942, 54 et 59.
- (41) RIBAUD et VALENTIN. — *C. R. Ac. Sci.*, 1956, **243**, 463-466.
- (42) ROCARD et VÉRON. — *Journ. de Phys.*, 1943, [8], **4**, n^{os} 5 et 8.
- (43) ROSNER (D. E.). — *Jet Propulsion U. S. A.*, 1958, **28**, n^o 7, 445-451.
- (44) VÉRON. — *Bull. Tech. Babcox et Wilcox*, n^o 21, décembre 1948.
- (45) VAN WONTERGHEM et VAN TIGGELEN. — *Bull. Soc. Chim. Belg.*, 1955, **64**, 99-121.
-

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Le tube de choc et ses principales applications.

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 29 avril 1960.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PÉRÈS.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

JEAN SARRAILH.

